

Analyse du besoin et solutions technologiques pour un système de levage automobile

Thibault Halperin et Killian Crenn

Avril 2025

Objectif de l'étude

A l'approche de l'hiver et au printemps, le garage automobile KESSANRAD a une forte demande de changement de pneu. Il cherche une solution d'appoint pour lever la voiture afin de retirer la roue et de procéder au changement de pneu.

L'objectif de cette étude est d'identifier et de proposer une solution adaptée permettant de lever efficacement un véhicule afin de faciliter le remplacement des pneumatiques tout en garantissant sécurité et ergonomie.

Table des matières

1 Analyse du besoin et du produit	2
2 Formulation du besoin	4
3 Analyse fonctionnelle du besoin (Critères d'appréciations)	4
3.1 Séquence : Utilisation normale	4
3.2 Séquence : Transport et stockage	5
3.3 Séquence Réparation	6
3.4 Séquence Recyclage	7
3.5 Critères d'appréciation Cr1 à Cr10	8
3.6 Diagrammes des exigences SYSML	8
4 Différentes solutions technologiques	9
4.1 Solution numéro 1 : Cric hydraulique	9
4.2 Solution numéro 2 : Système de levage par tapis roulant	9
4.3 Solution numéro 3 : Cric pneumatique	10
5 Hiérarchisation des critères d'appréciation	11
6 Analyse de la valeur	12
7 Partie 3 : Recherche de Solutions et Analyse Fonctionnelle	13
7.1 1. Analyse de l'existant	13
7.2 2. Créativité et Usage de l'IA	13
7.3 3. Outils d'Aide à l'Innovation	13
7.4 4. Choix des Critères de Classification	13
7.5 5. Synthèse et Représentation des Solutions	13
8 Rédaction du rapport	14
8.1 Problématique	14
8.2 Méthodologies mises en œuvre	14
8.3 Critique comparative	14
8.4 Conclusion	14
9 Bibliographie	14

1 Analyse du besoin et du produit

Pour bien comprendre le contexte et les exigences liés à notre produit, il est essentiel d'analyser en profondeur le besoin auquel il répond. Cette section explore les différents aspects du besoin, depuis les bénéficiaires jusqu'aux facteurs susceptibles de le faire évoluer, afin de poser les bases d'une solution adaptée.

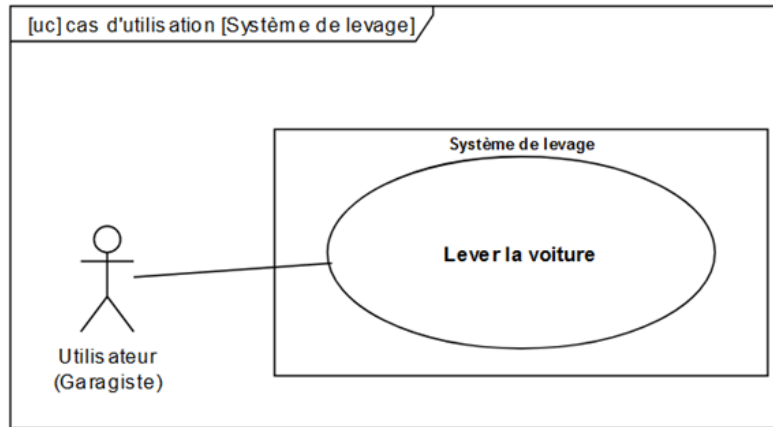


FIGURE 1 – Diagramme UML cas d'utilisation

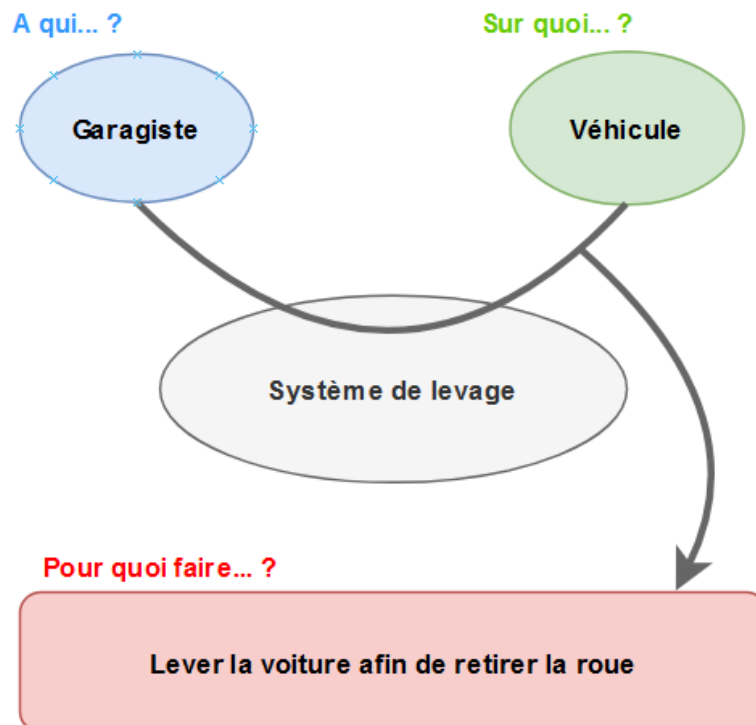


FIGURE 2 – Bête à cornes

1. À qui le produit rend-il service ?
Le garage automobile KESSANRAD et ses mécaniciens.
2. Sur quoi agit-il ?
Les véhicules nécessitant un changement de pneus.
3. Pour faire quoi ?
Lever un véhicule pour permettre le démontage et le remplacement des roues.
4. Dans quel but ?
Faciliter et accélérer le changement des pneus, améliorer la productivité du garage et limiter l'effort physique des mécaniciens.
5. Pourquoi ?
 - Augmentation saisonnière de la demande (hiver/printemps).
 - Besoin d'un équipement plus rapide et ergonomique qu'un cric manuel classique.
 - Optimisation du temps de travail pour satisfaire plus de clients.
6. Quand ?
Lors des périodes de forte affluence pour les changements de pneus (automne/hiver et fin d'hiver/début du printemps).
7. Où ?
Dans un atelier automobile ou une aire de service dédiée au changement de pneus.
8. Quelles causes pourraient faire disparaître le besoin ?
 - Développement de pneus toutes saisons plus performants réduisant la nécessité du changement biannuel.
 - Adoption massive de véhicules équipés de systèmes de levage intégrés.
9. À quelles échéances prévisibles ?
Possiblement dans 10 à 20 ans, en fonction des évolutions technologiques et des réglementations.
10. Avec quelles probabilités ?
Moyenne (45%) à court/moyen terme, mais plus élevée (60%) à long terme si l'industrie évolue vers des solutions alternatives.
11. Quelles causes pourraient faire évoluer le besoin ?
 - Augmentation du nombre de véhicules électriques (souvent plus lourds, nécessitant des équipements plus robustes).
 - Automatisation accrue dans les garages (robots de levage, bras mécaniques).
 - Accélération des délais de service pour répondre à une demande croissante.
12. À quelles échéances ?
D'ici 5 à 10 ans, en fonction de l'évolution des technologies et des attentes des clients.
13. Avec quelles probabilités ?
Élevée (70%), surtout avec la tendance à l'innovation dans les équipements de garages.

L'analyse détaillée du besoin nous permet de mieux cerner les attentes et les contraintes auxquelles notre produit doit répondre. À présent, nous allons nous pencher sur la formulation précise de ce besoin, afin de définir clairement les spécifications et les critères de performance nécessaires pour satisfaire les utilisateurs finaux.

2 Formulation du besoin

À l'approche de l'hiver et du printemps, le garage automobile KESSANRAD fait face à une forte demande de changement de pneus. Pour répondre efficacement à cette augmentation d'activité, l'atelier a besoin d'une solution d'appoint permettant de lever rapidement et en toute sécurité les véhicules afin de faciliter le démontage et le remplacement des roues.

La solution recherchée doit être rapide, ergonomique et adaptée aux contraintes d'un atelier automobile afin d'optimiser le temps de travail des mécaniciens, réduire leur effort physique et améliorer la productivité globale du garage.

Ce besoin est saisonnier, principalement en automne/hiver et en fin d'hiver/début du printemps, et s'inscrit dans un contexte de maintenance automobile régulière. Le produit devra donc être robuste, fiable et compatible avec une large gamme de véhicules.

Le besoin pourrait évoluer avec l'émergence de nouvelles technologies de levage, l'automatisation des garages ou l'amélioration des pneus toutes saisons. Toutefois, à court et moyen terme, une solution efficace est nécessaire pour garantir un service rapide et sécurisé aux clients du garage.

3 Analyse fonctionnelle du besoin (Critères d'appréciations)

On identifie les fonctions principales et les fonctions de contraintes grâce à un outil graphique : le diagramme pieuvre (correspondant à un diagramme de contexte SysML) pour chaque phase du cycle de vie du produit.

3.1 Séquence : Utilisation normale

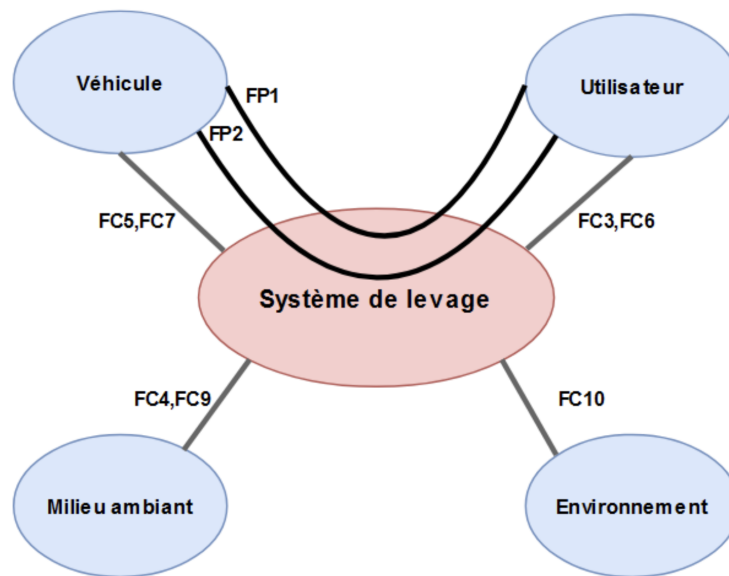


FIGURE 3 – Séquence d'utilisation normale

- FP1 : Permettre à l'utilisateur de soulever la voiture
- FP2 : Permettre à l'utilisateur de reposer la voiture
- FC3 : Assurer la sécurité du mécanicien
- FC4 : Faciliter le positionnement sur le sol
- FC5 : Préserver l'intégrité de la voiture
- FC6 : Être facilement transportable par l'utilisateur

- FC7 : S'adapter à la voiture
- FC8 : Pouvoir être démontable facilement
- FC9 : Résister au milieu extérieur
- FC10 : Respecter les normes environnementales

3.2 Séquence : Transport et stockage

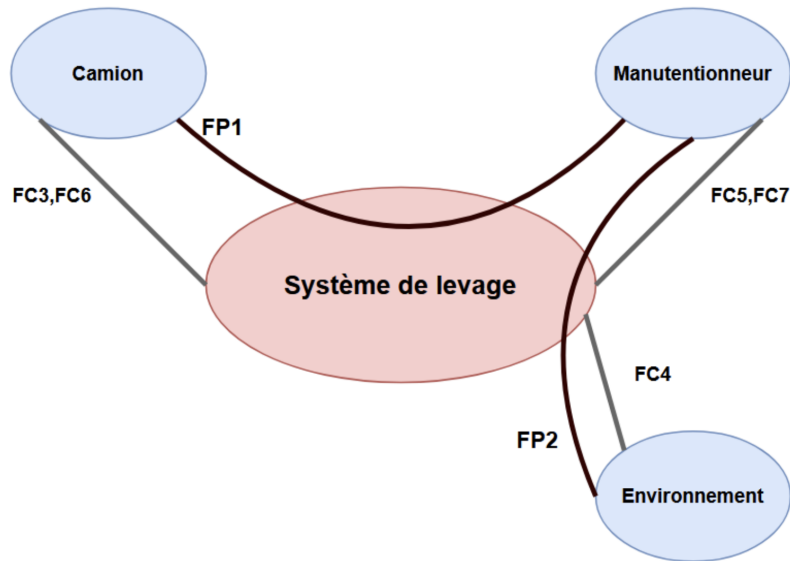


FIGURE 4 – Séquence de transport et stockage

- FP1 : Permettre l'installation facile du système dans le camion par le manutentionneur
- FP2 : Permettre au manutentionneur de stocker le système de levage dans un environnement
- FC3 : Être compatible avec les dimensions du camion
- FC4 : Résister aux conditions de transport et de stockage
- FC5 : Assurer la sécurité du manutentionnaire lors du transport du système
- FC6 : Être transportée de manière sécurisée dans le camion pour limiter les risques d'endommagement du système
- FC7 : Être manipulable et stockable par le manutentionnaire

3.3 Séquence Réparation

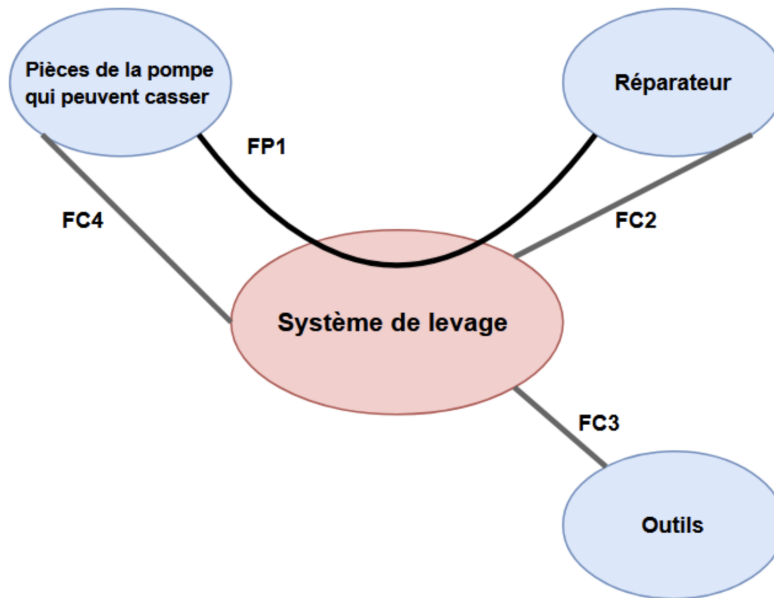


FIGURE 5 – Séquence de réparation

- FP1 : Permettre au réparateur de changer des pièces de la pompe qui peuvent être cassées.
- FC2 : Assurer une maintenance facile et sécurisée du réparateur.
- FC3 : Être adapté à l'encombrement des outils nécessaires à la réparation.
- FC4 : Faciliter l'accès aux pièces susceptibles de casser.

3.4 Séquence Recyclage

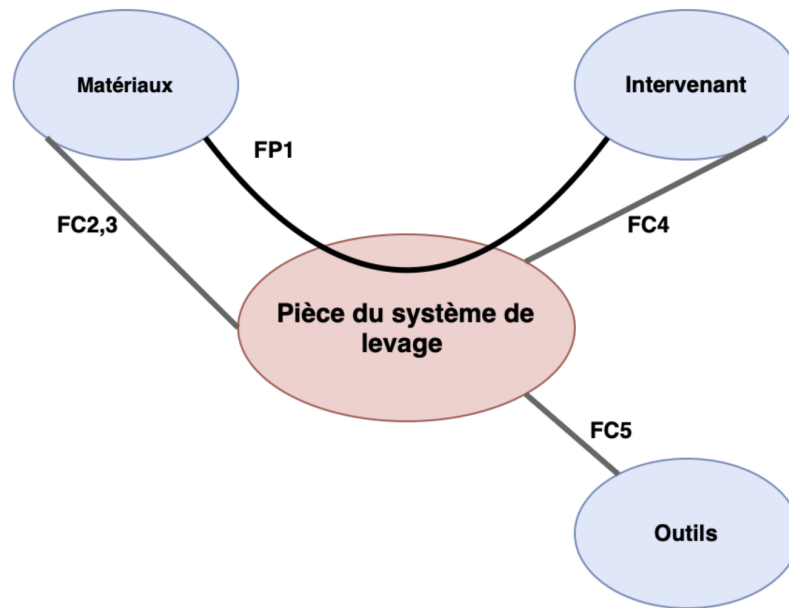


FIGURE 6 – Séquence de recyclage

- FP1 : mettre la dissociation et le tri des matériaux à réguler par l'intervenant.
- FC2 : Respecter les normes sur les matériaux recyclables.
- FC3 : Identifier facilement les pièces recyclables de la pompe.
- FC4 : Faciliter et sécuriser le recyclage par l'intervenant.
- FC5 : Permettre le recyclage des pièces avec les outils.

3.5 Critères d’appréciation Cr1 à Cr10

Les diagrammes Pieuvre précédents permettent de définir les critères d’appréciation Cr, nécessaire pour l’analyse de la valeur du dispositif de levage.

- Cr1 : Durée de vie (Fiabilité), en années : ≥ 10 ans.
- Cr2 : Entretien (Type ; Intervalle) : Annuel
- Cr3 : Sécurité (qualitative) : Conforme aux normes de levage.
- Cr4 : Délai de livraison, en jours : ≤ 30 jours.
- Cr5 : Montage/Démontage : Assemblage en moins de 30 minutes.
- Cr6 : Usinabilité : Usinable facilement et précisément.
- Cr7 : Transport et stockage : Dimensions compactes, masse < 50 kg.
- Cr8 : Réparation : Pièces d’usure remplaçables sans outils spécifiques, accès aisé aux composants.
- Cr9 : Recyclage : Récupération facile des matériaux recyclables.
- Cr10 : Capacité du système à s’adapter à différents types de véhicule : Compatibilité avec des empattements et hauteurs variés, capacité de levage ajustable.

3.6 Diagrammes des exigences SYSML

On peut aussi représenter ces critères d’appréciations sous formes d’un diagramme des exigences SYSML :

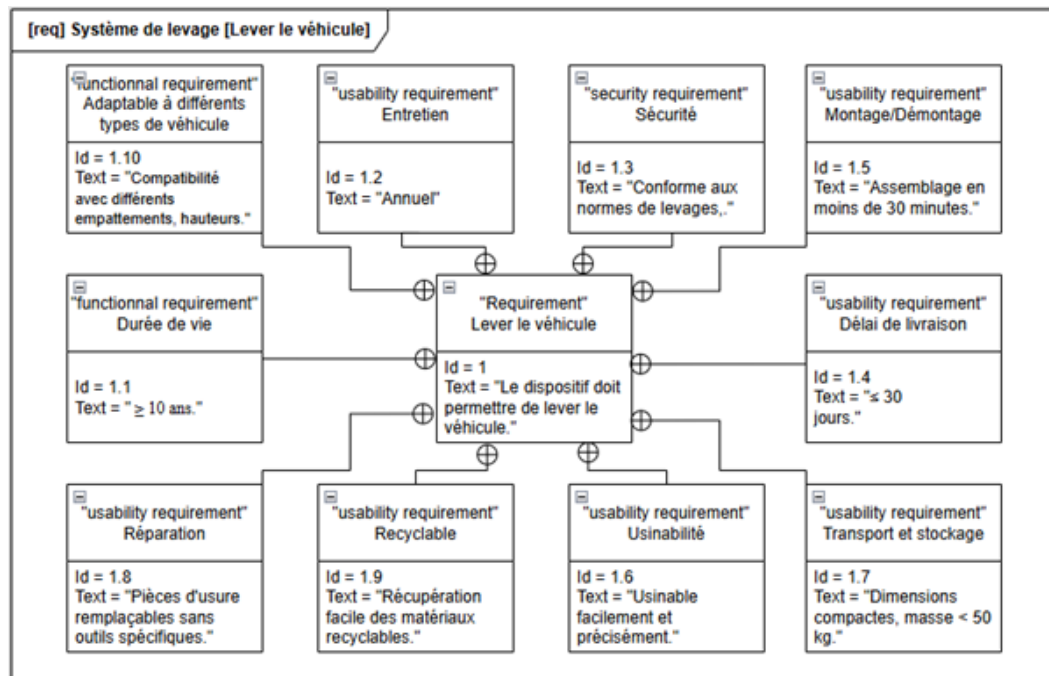


FIGURE 7 – Diagramme des exigences SYSML

Une fois les exigences définies, il est désormais possible de délimiter le cadre du choix des solutions techniques.

4 Différentes solutions technologiques

Pour répondre aux besoins de levage de charges dans divers contextes industriels et mécaniques, plusieurs solutions technologiques existent.

4.1 Solution numéro 1 : Cric hydraulique

Un cric hydraulique est un appareil de levage qui utilise la pression hydraulique pour soulever des charges lourdes, comme une voiture. Il existe principalement sous forme de crics à bouteille ou à roues. Le cric hydraulique fonctionne grâce à un piston qui siphonne le fluide à basse pression lorsque la poignée est actionnée. Ce mécanisme utilise la loi de Pascal, permettant de soulever des charges lourdes avec un effort minimal. [1]



FIGURE 8 – Cric hydraulique [1]

4.2 Solution numéro 2 : Système de levage par tapis roulant

Le système de levage par tapis roulant est une solution efficace qui utilise un convoyeur motorisé pour déplacer et surélever des charges. Conçu pour optimiser les flux logistiques et industriels, il facilite le transport et le positionnement précis des marchandises avec rapidité et sécurité. Grâce à sa construction robuste et à son fonctionnement automatisé, il s'impose comme un équipement essentiel dans les entrepôts, les chaînes de production et les centres de tri. [2]



FIGURE 9 – Pont élévateur 4 colonnes 8 tonnes [2]

4.3 Solution numéro 3 : Cric pneumatique

Le cric pneumatique est un outil de levage efficace qui utilise l'air comprimé pour soulever des véhicules. Conçu pour répondre aux besoins des professionnels de l'automobile ainsi que des amateurs avertis, il permet de soulever des charges lourdes avec une grande rapidité et en toute sécurité. Grâce à sa construction robuste et à son fonctionnement à pression d'air, il s'avère être un matériel incontournable dans les garages et ateliers. [3]



FIGURE 10 – Cric pneumatique [1]

En résumé, les trois solutions technologiques présentées, le cric hydraulique, le système de levage par tapis roulant et le cric pneumatique, offrent des approches distinctes pour le levage de charges, chacune adaptée à des contextes spécifiques. Leur efficacité dépendra des critères d'évaluation retenus, tels que la facilité d'utilisation, la capacité de charge ou l'application industrielle.

Afin de déterminer la solution la plus adaptée à notre problématique, une hiérarchisation des critères d'appréciation s'avère nécessaire. La section suivante détaillera ces critères et leur pondération pour guider l'analyse comparative.

5 Hiérarchisation des critères d'appréciation

	Cr2	Cr3	Cr4	Cr5	Cr6	Cr7	Cr8	Cr9	Cr10	Points	%
Cr1	Cr 1 1	Cr 1 1	Cr 1 2	Cr 1 2	Cr 1 1	Cr 1 1	Cr 1 1	Cr 1 2	Cr 10 1	11	17
	Cr2	Cr 3 2	Cr 2 2	Cr 5 1	Cr 6 1	Cr 2 1	Cr 8 1	Cr 2 1	Cr 10 2	4	6
		Cr3	Cr 3 2	Cr 3 1	Cr 3 1	Cr 3 2	Cr 3 1	Cr 3 2	Cr 10 1	10	15
			Cr4	Cr 5 2	Cr 6 2	Cr 7 1	Cr 8 2	Cr 9 1	Cr 10 3	0	0
				Cr5	Cr 6 1	Cr 5 1	Cr 8 1	Cr 5 2	Cr 10 2	6	9
					Cr6	Cr 6 1	Cr 6 1	Cr 6 2	Cr 10 1	8	12
						Cr7	Cr 3 2	Cr 7 1	Cr 10 1	2	3
							Cr8	Cr 8 2	Cr 10 1	8	12
								Cr9	Cr 10 3	1	2
									Cr10	16	24
									Total	66	100

FIGURE 11 – Hiérarchisation des critères d'appréciation

Pour évaluer et comparer objectivement les différentes solutions technologiques, une méthodologie structurée s'avère indispensable. Cette section présente successivement la hiérarchisation des critères d'appréciation, suivie d'une analyse de la valeur, permettant d'identifier la solution optimale selon des paramètres techniques, économiques et fonctionnels.

6 Analyse de la valeur

Critère		Pondération p pour chaque critère (voir page 14)	Note n (entre 0 et 4) de la disposition constructive n°			Valeur p * n de la disposition constructive n°		
			1	2	3	1	2	3
Cr1	Durée de vie (Fiabilité)	17	4	3	3	68	51	51
Cr2	Entretien (Type ; Intervalle)	6	3	3	3	18	18	18
Cr3	Sécurité (qualitative)	15	4	4	4	60	60	60
Cr4	Délai de livraison	0	4	3	4	0	0	0
Cr5	Montage/Démontage possible	9	3	2	4	27	18	36
Cr6	Usinabilité	12	4	3	4	48	36	48
Cr7	Transport et stockage	3	4	2	4	12	6	12
Cr8	Réparation	12	3	3	4	36	36	48
Cr9	Recyclage	2	3	3	3	6	6	6
Cr 10	Capacité à lever tout types de véhicules	24	4	4	4	96	96	96
Notes éliminatoires ? (0 ou 1)		-				-	-	-
Valeur technique* x		-	-	-	-	92,75%	81,75%	92,75%
Prix de revient		-	-	-	-	Peu cher	<u>Cher</u>	Moyen

FIGURE 12 – Analyse de la valeur

L'analyse de la valeur, croisant valeur technique et prix de revient, révèle que :

- Les crics (hydraulique et pneumatique) présentent une **valeur technique supérieure** à celle du système de levage par tapis roulant (Solution 2), grâce à leur polyvalence et leur adaptabilité aux besoins courants.
- Le cric hydraulique se distingue cependant par un **coût inférieur** à celui du cric pneumatique, pour des performances équivalentes, en faisant la solution la plus **rentable**.

Cette comparaison met en évidence un **avantage économique clair** pour le cric hydraulique, sans compromis sur la performance technique.

7 Partie 3 : Recherche de Solutions et Analyse Fonctionnelle

7.1 1. Analyse de l'existant

L'analyse fonctionnelle repose sur la nécessité d'une solution permettant de lever un véhicule pour faciliter le changement de pneus. Le besoin est motivé par des contraintes de rapidité, de sécurité et d'ergonomie dans un contexte de forte demande saisonnière.

Les solutions existantes incluent :

- Cric hydraulique manuel : économique, mais lent et nécessitant un effort physique.
- Pont élévateur fixe : efficace mais coûteux et inadapté aux petits garages.
- Vérins électriques portatifs : rapides mais nécessitent une alimentation électrique.

7.2 2. Créativité et Usage de l'IA

L'utilisation de l'intelligence artificielle a permis d'explorer des solutions innovantes basées sur :

- L'optimisation des formes pour maximiser la stabilité et la résistance du dispositif.
- La simulation des efforts pour réduire l'usure et améliorer l'ergonomie.
- L'analyse multicritère pour sélectionner les meilleures combinaisons de matériaux et de mécanismes.

7.3 3. Outils d'Aide à l'Innovation

Différents outils normalisés ont été utilisés pour guider la conception :

- Analyse de la Valeur : identification des critères de performance et pondération des exigences.
- Matrice de compatibilité : choix des solutions en fonction des contraintes d'usage.
- Modélisation SYSML : visualisation des interactions entre composants et utilisateurs.

7.4 4. Choix des Critères de Classification

Les critères ont été sélectionnés selon une hiérarchisation rigoureuse :

- Sécurité : stabilité pendant le levage, mécanismes anti-décrochage.
- Rapidité : temps de levage inférieur à 2 minutes.
- Ergonomie : effort minimal de l'utilisateur.
- Durabilité : résistance des matériaux et maintenance réduite.
- Flexibilité : adaptation aux différents types de véhicules.

7.5 5. Synthèse et Représentation des Solutions

Le dispositif retenu repose sur un système hydraulique compact et optimisé, intégrant des capteurs pour ajuster la pression de levage en fonction du poids du véhicule. Un schéma détaillé illustre les composants principaux et leur interaction.

Cette approche permet de garantir une solution efficace, sûre et adaptée aux contraintes du garage.

8 Rédaction du rapport

8.1 Problématique

Comment comparer l'efficacité de l'IA et de la méthode traditionnelle dans l'analyse fonctionnelle, en tenant compte des critères de rigueur, d'innovation et de normalisation ?

8.2 Méthodologies mises en œuvre

- Approche traditionnelle : Étapes classiques de l'analyse fonctionnelle.
- Approche IA : Utilisation de prompts pour générer automatiquement les éléments d'analyse.

8.3 Critique comparative

Critère	Méthode traditionnelle	IA
Rigueur	Élevée	Moyenne (dépend de l'outil)
Temps d'analyse	Long	Court
Créativité	Moyenne	Élevée
Normalisation	Forte	Variable
Synthèse et lisibilité	Dépend de l'expertise	Variable (nécessite vérification)

8.4 Conclusion

L'utilisation de l'IA dans l'analyse fonctionnelle présente des avantages significatifs en termes de rapidité et de créativité. Cependant, elle ne remplace pas totalement l'approche traditionnelle, notamment en raison de la nécessité d'une validation humaine rigoureuse.

L'idéal est donc une combinaison des deux méthodes :

- Utilisation de l'IA pour la génération d'idées et d'hypothèses initiales.
- Validation et structuration via la méthode traditionnelle pour garantir la conformité et la précision des analyses.

9 Bibliographie

- [1] Cric-pneumatique.fr. (s. d.). <https://cric-pneumatique.fr/comment-se-servir-dun-cric-hydraulique/>
- [2] Techni-contact.com. (s. d.). <https://www.techni-contact.com/produits/3323-10123068-pont-eleveur-4-colonnes-8-tonnes.html>
- [3] Cric-pneumatique.fr. (s. d.). <https://cric-pneumatique.fr>

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS METZ

COPRE

COPI : ANALYSE TECHNIQUE

Rendu 2

Élèves :

Thibault Halperin
Killian Crenn

Enseignant :

Cyrille BAUDOUIN
Marc BORSENBARGER
Denis MATHEIS
Paul STIEF



Mise en contexte et objectifs

Mise en contexte

À l'issue de l'analyse fonctionnelle du besoin formulé par le garage KESSANRAD pour disposer d'un cric de levage compact, robuste et industrialisable, une réunion de cadrage s'est tenue en semaine 14 entre le client et notre société LEVOTO. Bien que plusieurs concepts aient été comparés, la solution retenue lors de cette séance (publiée le 31 mars 2023) a été validée malgré certaines limites au regard des critères initiaux ; un premier jeu de spécifications—charges maximales, débattement minimal, course de vis et encombrements a alors été figé dans le cahier des charges. En tant qu'ingénieur du service Avant-Projet, notre mission est de réaliser une étude technique destinée à déterminer, de façon paramétrique, les efforts dans chacune des liaisons mécaniques du cric afin de préparer le dimensionnement RDM des éléments lors de la séquence suivante. Le modèle doit rester facilement re-configurable pour intégrer toute évolution ultérieure du cahier des charges.

Objectif

Notre but est de modéliser de manière analytique et paramétrique le cric retenu afin de relier chaque grandeur géométrique et chaque effort aux paramètres fixés lors du cadrage, de visualiser l'influence de ces paramètres sur la faisabilité cinématique et la sollicitation mécanique, puis d'identifier la plage de fonctionnement compatible avec les spécifications client.

Table des matières

1 Étude géométrique paramétrée	2
1.1 Hypothèses et modélisation	2
1.2 Démarche de résolution	2
1.2.1 Détermination d'une relation reliant la hauteur du cric z en fonction de l'inclinaison α	2
1.2.2 Détermination d'une relation reliant la longueur λ en fonction de l'inclinaison α	3
1.3 Visualisation graphique	3
1.4 Limites analytiques	4
1.5 Détermination des conditions limites	4
1.6 Cohérence et premier choix de la longueur L	4
2 Étude statique paramétrée	5
2.1 Hypothèses et torseurs de liaison	5
2.2 Diagramme des liaisons	5
2.3 Détermination graphique des efforts	6
2.3.1 Préambule	6
2.3.2 Détermination des efforts de la liaison pivot (B, \vec{x}) entre 6 et 2	7
2.4 Résolution statique	7
2.4.1 Détermination des efforts de la liaison pivot (A, \vec{x}) entre 1 et 0	7
2.4.2 Détermination des efforts de la liaison pivot (D, \vec{x}) entre 2 et 1 et de la liaison pivot (C, \vec{x}) entre 5 et 2	7
2.4.3 Détermination des efforts de la liaison pivot (E, \vec{x}) entre 3 et 1	8
2.5 Récapitulatif de l'étude statique	9
2.5.1 Récapitulatif des efforts de liaison	9
2.6 Visualisation graphique	10
3 Choix définitif du paramètre L et détermination de la course λ	12
4 Conclusion	13
A Annexes	14
A.1 Codes pythons	14
A.2 Extrait du Cahier Des Charges Fonctionnel	15

1 Étude géométrique paramétrée

Cette section vise à analyser les grandeurs géométriques variables (angles, longueurs) en fonction d'un paramètre pilote. La démarche repose sur l'établissement d'hypothèses, la formalisation des calculs, la représentation graphique des résultats et la vérification de leur cohérence, jusqu'à la détermination des conditions limites du système.

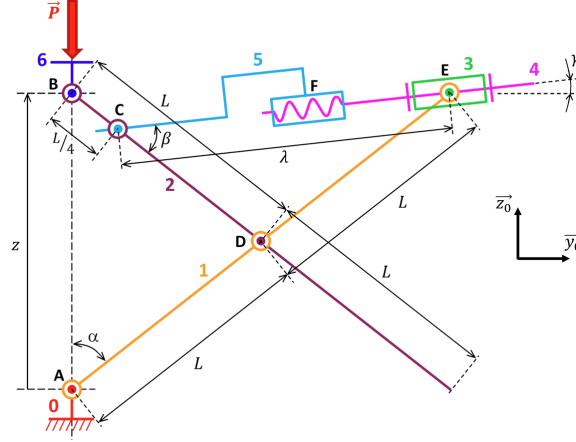


FIGURE 1 – Schéma cinématique paramétré

1.1 Hypothèses et modélisation

Limite physique : les points B, D et A ne peuvent pas être alignés.
($\alpha_{min} = 15^\circ$, valeur à vérifier dans la suite de l'étude)

La hauteur z est maximale lorsque $\alpha \rightarrow 0^+$.

La longueur λ est maximale lorsque $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}^-$.

La direction la droite AB reste verticale, quel que soit l'angle d'ouverture du cric de levage.

1.2 Démarche de résolution

1.2.1 Détermination d'une relation reliant la hauteur du cric z en fonction de l'inclinaison α

Afin de déterminer une relation entre z et α , il convient de faire une fermeture géométrique linéaire.

La relation de fermeture géométrique linéaire ABD s'écrit :

$$\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DA} = z \vec{z}_0 + L(\cos \epsilon \vec{y}_0 - \sin \epsilon \vec{z}_0) - L(\cos \alpha \vec{z}_0 + \sin \alpha \vec{y}_0) = \vec{0} \quad \text{avec} \quad \epsilon = \beta - \gamma \quad (1)$$

$$/ \vec{y}_0 : \quad L(\cos \epsilon - \sin \alpha) = 0 \quad (2)$$

$$/ \vec{z}_0 : \quad z - L(\sin \epsilon + \cos \alpha) = 0 \quad (3)$$

De la première projection on obtient :

$$\cos \epsilon = \sin \alpha \implies \sin \epsilon = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \epsilon} = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

Le signe reste indéterminé ; on lève l'ambiguïté en remarquant que z est maximal lorsque $\alpha \rightarrow 0^+$, ce qui impose le signe « + ». L'expression finale de la translation z en fonction de l'angle α (loi entrée-sortie) devient alors :

$$z = 2L \cos \alpha$$

Cette relation ne met en jeu que deux paramètres cinématiques, z et α , correspondant respectivement au déplacement de translation du point mobile et à l'angle de rotation associé au mécanisme.

1.2.2 Détermination d'une relation reliant la longueur λ en fonction de l'inclinaison α

Afin de déterminer une relation entre λ et α , il convient de faire une fermeture géométrique linéaire.

La relation de fermeture géométrique linéaire CED s'écrit :

$$\vec{CE} + \vec{ED} + \vec{DC} = \lambda(\cos \gamma \vec{y}_0 + \sin \gamma \vec{z}_0) - L(\cos \alpha \vec{z}_0 + \sin \alpha \vec{y}_0) + \frac{3}{4}L(\cos \alpha \vec{z}_0 - \sin \alpha \vec{y}_0) = \vec{0} \quad (4)$$

$$/ \vec{y}_0 : \quad \lambda \cos \gamma - \frac{7}{4}L(\sin \alpha) = 0 \quad (5)$$

$$/ \vec{z}_0 : \quad \lambda \sin \gamma - \frac{1}{4}L(\sin \alpha) = 0 \quad (6)$$

En sommant les expressions au carré, on obtient :

$$\lambda^2 = \left(\frac{7}{4}L \sin \alpha\right)^2 + \left(\frac{1}{4}L \cos \alpha\right)^2 \implies \lambda = \pm \frac{L}{4} \sqrt{1 + 48 \sin^2 \alpha}.$$

Le signe reste indéterminé ; on lève l'ambiguïté en remarquant que λ est maximal lorsque $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}^-$, ce qui impose le signe « + ». L'expression finale de la translation λ en fonction de l'angle α (loi entrée-sortie) devient alors :

$$\lambda = \frac{L}{4} \sqrt{1 + 48 \sin^2 \alpha}$$

Cette relation ne met en jeu que deux paramètres cinématiques, λ et α , correspondant respectivement au déplacement de translation du point mobile et à l'angle de rotation associé au mécanisme.

1.3 Visualisation graphique

N'ayant pas encore déterminé la longueur finale de L , qui sera fixée à l'issue de la résolution statique, nous utiliserons les grandeurs adimensionnées $z^* = \frac{z}{L}$ et $\lambda^* = \frac{\lambda}{L}$. Ce choix permet de faciliter la vérification de l'existence d'une solution, d'améliorer la lisibilité et la simplicité dans la présentation des calculs, ainsi que de normaliser la représentation graphique des résultats.

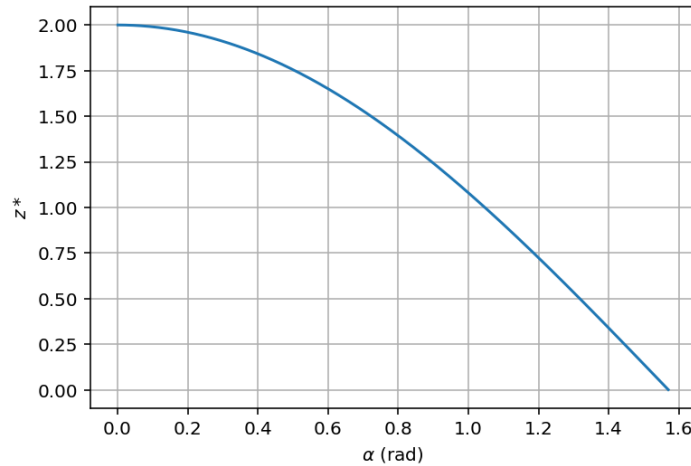


FIGURE 2 – Variation de la hauteur adimensionnée z^* en fonction de α

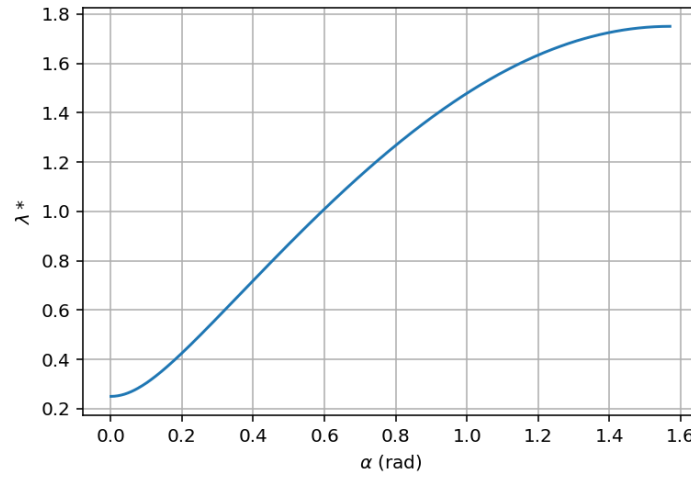


FIGURE 3 – Variation de la longueur adimensionnée λ^* en fonction de α

1.4 Limites analytiques

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} z \rightarrow 2L \quad (\text{cric complètement fermé, hauteur maximale}) \\ \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \lambda \rightarrow \frac{L}{4} \quad (\text{vérin au minimum de course}) \\ \lim_{\alpha \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} z \rightarrow 0 \quad (\text{cric au sol, hauteur nulle}) \\ \lim_{\alpha \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \lambda \rightarrow \frac{7L}{4} \quad (\text{vérin en butée longue}) \end{array} \right.$$

1.5 Détermination des conditions limites

Condition	Interprétation géométrique	Implication
Non-alignement A-B-D	Évite la singularité du mécanisme	$\alpha > 0^\circ$
Angle d'ouverture maxi	B descend jusqu'à l'axe A-D	$\alpha < \frac{\pi}{2}$
Course vérin	$\lambda_{\min} = \frac{L}{4} \sqrt{1 + 48 \sin^2 \alpha_{\min}}$; $\lambda_{\max} = \frac{L}{4} \sqrt{1 + 48 \sin^2 \alpha_{\max}}$	À vérifier avec la fiche technique du vérin réel
Hauteur utile	$0 < z < z_{\max} = 2L \cos \alpha_{\min}$	Fixe la plage d'utilisation souhaitée

1.6 Cohérence et premier choix de la longueur L

Les résultats analytiques la représentation graphique comparé au schéma cinématique paramétré confirment la cohérence du modèle géométrique adopté. L'ensemble des contraintes physiques et géométriques est respecté sur l'intervalle de fonctionnement défini. On retient donc les plages suivantes comme domaine de validité du système :

$$15^\circ < \alpha < 90^\circ$$

En considérant cette plage, on peut en déduire une première valeur de L (prise pour une valeur maximale de z (A partir de l'extrait du cahier des charges fonctionnel en annexe)) :

$$z_{\max} = G + S + D = 300 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad L_1 = \frac{z_{\max}}{2 \cos \alpha_{\min}} = \frac{300}{2 \cos(15^\circ)} \approx 155,29 \text{ mm}$$

2 Étude statique paramétrée

Cette partie vise à déterminer les efforts dans chaque liaison en fonction d'un paramètre pilote. La démarche repose sur la définition d'hypothèses adaptées, l'établissement rigoureux des équations de résolution, la vérification de l'existence d'une solution, ainsi que sur une présentation claire des calculs. Les résultats seront également représentés graphiquement afin d'en faciliter l'interprétation.

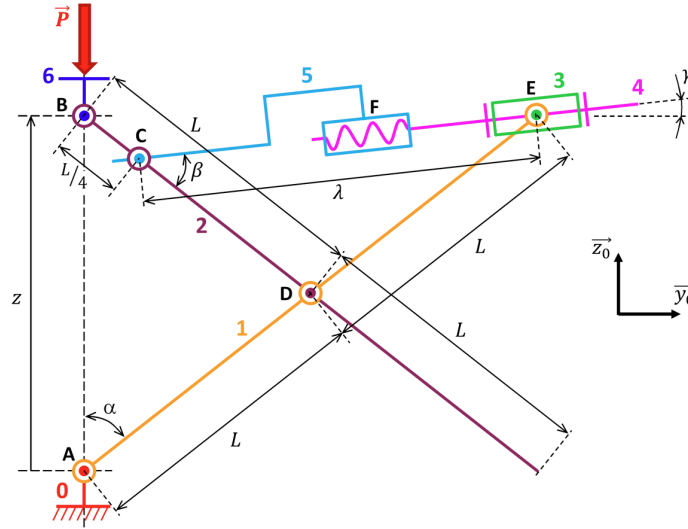


FIGURE 4 – Schéma cinématique paramétré

2.1 Hypothèses et torseurs de liaison

Hypothèses : liaisons parfaites, masses négligeables. Les liaisons 5-4 et 4-3 sont modélisées par une liaison de type poutre entre 5 et 3 afin de ramener le problème à un système plan.

2.2 Diagramme des liaisons

Le diagramme ci-dessous présente les liaisons entre les solides du système et l'effort P appliqué sur le solide 6 modélisées conformément aux hypothèses. Il permet d'identifier les inconnues statiques à introduire dans les équations d'équilibre.

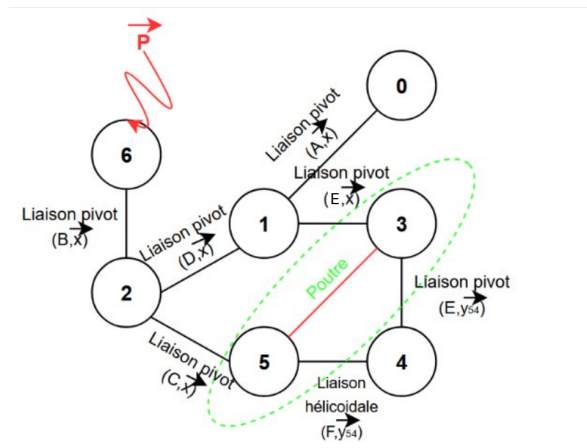


FIGURE 5 – Graphe de structure

2.3 Détermination graphique des efforts

Afin de déterminer les efforts de la liaison pivot (B, \vec{x}) entre 6 et 2, nous allons résoudre le problème de manière graphique

2.3.1 Préambule

On considère un système matériel Σ soumis à deux glisseurs seulement, par exemple aux points A et B , de résultantes $\vec{F}_{\Sigma A \rightarrow \Sigma}$ et $\vec{F}_{\Sigma B \rightarrow \Sigma}$.

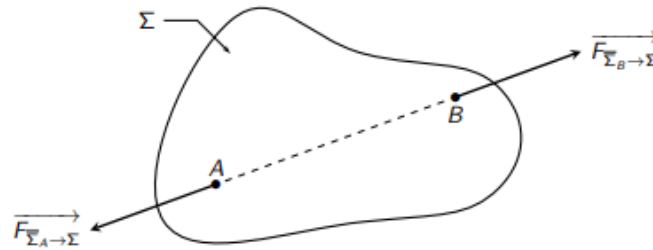


FIGURE 6 – Système matériel soumis à deux glisseurs

Si un système matériel est soumis aux seules actions mécaniques de deux glisseurs, alors ils sont directement opposés, c'est-à-dire qu'ils partagent le même axe central et sont de norme identique, mais de directions opposées.

On considère un système matériel Σ soumis à trois glisseurs, par exemple aux points A , B et C , de résultantes $\vec{F}_{\Sigma A \rightarrow \Sigma}$, $\vec{F}_{\Sigma B \rightarrow \Sigma}$ et $\vec{F}_{\Sigma C \rightarrow \Sigma}$.

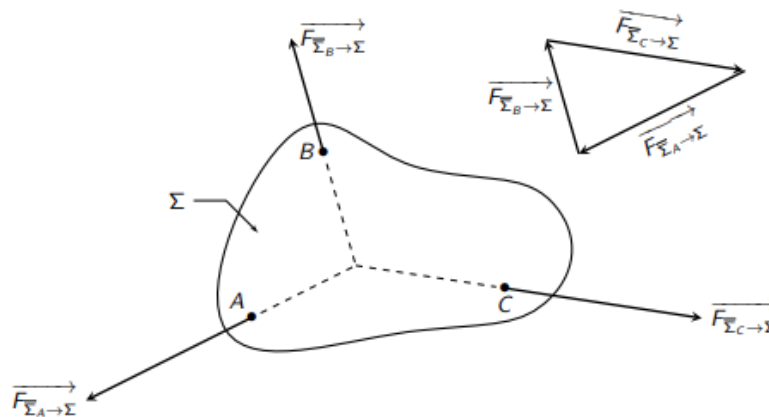


FIGURE 7 – Système matériel soumis à trois glisseurs

Si un système matériel est soumis aux seules actions mécaniques de trois glisseurs, alors leurs axes centraux sont coplanaires et concourants (si deux des axes centraux sont sécants); ou parallèles (si deux des axes centraux sont parallèles).

2.3.2 Détermination des efforts de la liaison pivot (B, \vec{x}) entre 6 et 2

Le système $\Sigma_4 = [6]$ est soumis aux seules actions mécaniques de trois glisseurs. Leurs axes centraux sont donc coplanaires et concourants. On a donc :

$$\Sigma \vec{F}_{ext \rightarrow \Sigma_4} = \vec{0} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} Y_B = 0 \\ Z_B - P = 0 \end{cases}$$

Finalement,

$$\begin{cases} Y_B = 0 \\ Z_B = P \end{cases}$$

2.4 Résolution statique

2.4.1 Détermination des efforts de la liaison pivot (A, \vec{x}) entre 1 et 0

On isole $\Sigma_1 : [1,2,3,4,5,6]$ Bilan des actions mécaniques extérieures :

$$\{\tau_{P \rightarrow \Sigma_1}\} = \left\{ \begin{array}{c} -P\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B, \quad \{\tau_{pivot \rightarrow \Sigma_1}^A\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_A\vec{y}_0 + Z_A\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

En appliquant le théorème de la résultante statique, on obtient :

$$\begin{cases} Y_A = 0 \\ Z_A = P \end{cases}$$

2.4.2 Détermination des efforts de la liaison pivot (D, \vec{x}) entre 2 et 1 et de la liaison pivot (C, \vec{x}) entre 5 et 2

On isole $\Sigma_2 : [2]$

Bilan des actions mécaniques extérieures :

$$\{\tau_{pivot \rightarrow \Sigma_3}^B\} = \left\{ \begin{array}{c} P\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B, \quad \{\tau_{pivot \rightarrow \Sigma_3}^C\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_C\vec{y}_0 + Z_C\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C, \quad \{\tau_{pivot \rightarrow \Sigma_3}^D\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_D\vec{y}_0 + Z_D\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$$

Avec,

$$\begin{cases} Y_C = F \cos \gamma \\ Z_C = F \sin \gamma \end{cases}$$

On déplace les torseurs au point D :

$$\begin{aligned} M_{D,P \rightarrow \Sigma_3}^B &= M_{B,P \rightarrow \Sigma_3}^B + \vec{DB} \wedge P\vec{z}_0 \\ M_{D,P \rightarrow \Sigma_3}^B &= \vec{0} + (L \cos \alpha)\vec{z}_0 - L \sin(\alpha)\vec{y}_0 \wedge P\vec{z}_0 \\ M_{D,P \rightarrow \Sigma_3}^B &= -LP \sin(\alpha)\vec{x}_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{D,pivot \rightarrow \Sigma_3}^C &= M_{C,pivot \rightarrow \Sigma_3}^C + \vec{DC} \wedge (Y_C\vec{y}_0 + Z_C\vec{z}_0) \\ M_{D,pivot \rightarrow \Sigma_3}^C &= \vec{0} + \frac{3}{4}L(\cos(\alpha)\vec{z}_0 - \sin(\alpha)\vec{y}_0) \wedge (Y_C\vec{y}_0 + Z_C\vec{z}_0) \\ M_{D,pivot \rightarrow \Sigma_3}^C &= -\frac{3}{4}L(Z_C \sin(\alpha) + Y_C \cos(\alpha))\vec{x}_0 \end{aligned}$$

Ainsi, d'après le théorème de la statique appliqué à Σ_3 au point D :

$$\begin{cases} F \cos(\gamma) + Y_D = 0 \\ P + F \sin(\gamma) + Z_D = 0 \\ -\frac{3}{4}L(Z_c \sin(\alpha) + Y_c \cos(\alpha)) - LP \sin(\alpha) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F \cos(\gamma) + Y_D = 0 \\ P + F \sin(\gamma) + Z_D = 0 \\ -\frac{3}{4}L(F \sin(\gamma) \sin(\alpha) + F \cos(\gamma) \cos(\alpha)) - LP \sin(\alpha) = 0 \end{cases}$$

D'après la troisième projection,

$$\frac{3}{4}FL \cos(\alpha - \gamma) = -LP \sin(\alpha) \Leftrightarrow F = -\frac{4P \sin(\alpha)}{3 \cos(\alpha - \gamma)}$$

Finalement,

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{Y_C = F \cos \gamma = -\frac{4P \sin(\alpha) \cos(\gamma)}{3 \cos(\alpha - \gamma)}} \\ \boxed{Z_C = F \sin \gamma = -\frac{4P \sin(\alpha) \sin(\gamma)}{3 \cos(\alpha - \gamma)}} \\ \boxed{Y_D = \frac{4P \sin(\alpha) \cos(\gamma)}{3 \cos(\alpha - \gamma)}} \\ \boxed{Z_D = -P + \frac{4P \sin(\alpha) \sin(\gamma)}{3 \cos(\alpha - \gamma)}} \end{array} \right.$$

2.4.3 Détermination des efforts de la liaison pivot (E, \vec{x}) entre 3 et 1

On isole $\Sigma_3 : [3,4,5]$ Bilan des actions mécaniques extérieures :

$$\{\tau_{pivot \rightarrow \Sigma_2}^C\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_C \vec{y}_0 + Z_C \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C, \quad \{\tau_{pivot \rightarrow \Sigma_2}^E\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_E \vec{y}_0 + Z_E \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E \quad \text{où} \quad \begin{cases} Y_C = F \cos \gamma \\ Z_C = F \sin \gamma \end{cases}$$

On applique un changement de point au torseur de la liaison pivot (E, \vec{x}) entre 3 et 1 au point C :

$$\{\tau_{pivot \rightarrow \Sigma_2}^E\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_E \vec{y}_0 + Z_E \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E = \left\{ \begin{array}{c} Y_E \vec{y}_0 + Z_E \vec{z}_0 \\ \lambda(Z_E \cos \gamma - Y_E \sin \gamma) \vec{x} \end{array} \right\}_C$$

En appliquant le principe fondamental de la statique au point C, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{Y_C + Y_E = 0} \\ \boxed{Z_C + Z_E = 0} \\ \boxed{Z_E = Y_E \tan \gamma} \end{array} \right.$$

Finalement,

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{Y_E = \frac{4P \sin(\alpha)}{3 \cos(\alpha - \gamma)} \cos \gamma} \\ \boxed{Z_E = \frac{4P \sin(\alpha)}{3 \cos(\alpha - \gamma)} \sin \gamma} \end{array} \right.$$

2.5 Récapitulatif de l'étude statique

Les efforts dans chaque liaison ont été déterminés à partir du paramètre pilote P , en suivant une démarche rigoureuse et méthodique. L'approche retenue a permis de valider l'existence d'une solution, tout en assurant la clarté des calculs et la cohérence des résultats. La représentation graphique renforce l'interprétation physique du système étudié.

2.5.1 Récapitulatif des efforts de liaison

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_A = 0 \\ Z_A = P \\ Y_B = 0 \\ Z_B = P \\ Y_C = -\frac{4P \sin(\alpha)}{3 \cos(\alpha - \gamma)} \cos \gamma \\ Z_C = -\frac{4P \sin(\alpha)}{3 \cos(\alpha - \gamma)} \sin \gamma \\ Y_D = \frac{4P \sin(\alpha)}{3 \cos(\alpha - \gamma)} \cos \gamma \\ Z_D = -P + \frac{4P \sin(\alpha)}{3 \cos(\alpha - \gamma)} \sin \gamma \\ Y_E = \frac{4P \sin(\alpha)}{3 \cos(\alpha - \gamma)} \cos \gamma \\ Z_E = \frac{4P \sin(\alpha)}{3 \cos(\alpha - \gamma)} \sin \gamma \end{array} \right.$$

On remarque que les efforts horizontaux aux points C, D et E sont bien de norme égale (Σ_3 soumis à l'action de deux glisseurs), puisque $|Y_C| = |Y_D| = |Y_E| = \frac{4P \sin(\alpha)}{3 \cos(\alpha - \gamma)} \cos \gamma$. De même, les efforts verticaux aux points C et E sont de norme égale et opposés (Σ_2 soumis à l'action de deux glisseurs), car $Z_C = -Z_E = \frac{4P \sin(\alpha)}{3 \cos(\alpha - \gamma)} \sin \gamma$. Enfin, les efforts aux points A et B sont opposés : $Z_A = -Z_B = P$, ce qui montre une symétrie verticale entre ces deux liaisons.

2.6 Visualisation graphique

Lors de la montée ou de la descente du véhicule à l'aide du cric, la force exercée sur celui-ci ne reste pas constante. En effet, tant que la roue reste au sol, une partie du poids est encore supportée par la suspension du véhicule. Ce n'est qu'à partir du moment où le ressort de suspension est entièrement détendu (butée atteinte) que le cric supporte l'intégralité du poids d'un côté du véhicule. Ainsi, la force appliquée au cric croît progressivement entre la garde au sol et le décollage de la roue, ce qui justifie le recours à une modélisation par morceaux du chargement.

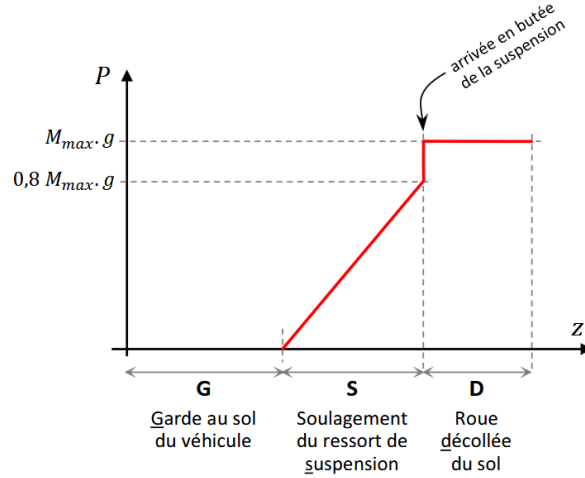


FIGURE 8 – Poids appliqué sur le cric en fonction de la hauteur z

À partir du graphique représentant l'évolution de la force exercée sur le cric en fonction de la hauteur z , ainsi que des valeurs numériques extraites du cahier des charges : $G = 190\text{mm}$, $S = 60\text{mm}$ et $D = 50\text{mm}$, on déduit une expression par morceaux de la force appliquée $P(z)$. Celle-ci est constante avant contact avec le véhicule, croît linéairement pendant le soulagement du ressort de suspension, puis atteint un palier correspondant au poids maximal supporté par le cric.

On obtient alors :

$$P(z) = \begin{cases} 0 & \text{si } z < G \\ 0,8 \frac{M_{\max} g}{S} (z - G) & \text{si } G \leq z < G + S \\ M_{\max} g & \text{si } G + S \leq z \leq G + S + D \end{cases}$$

Avec, $z = 2L \cos \alpha$ pour $\alpha \in [15^\circ, 90^\circ]$ avec $L = 155,29 \text{ mm}$

On peut désormais tracer l'évolution des efforts dans les liaisons en fonction de z , afin de vérifier la cohérence et la compatibilité de la valeur de L choisie dans l'étude géométrique.

Pour $L = 155,29$ mm

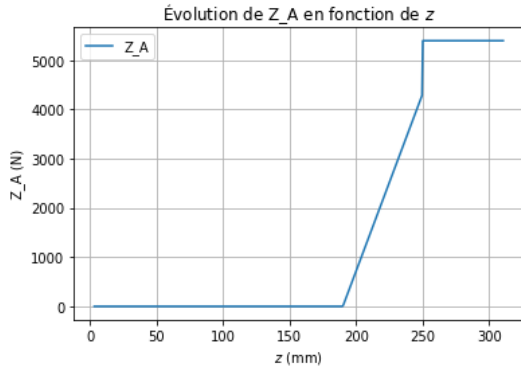


FIGURE 9 – Evolution de l'effort non nul de la liaison pivot (A, \vec{x}) entre 1 et 0

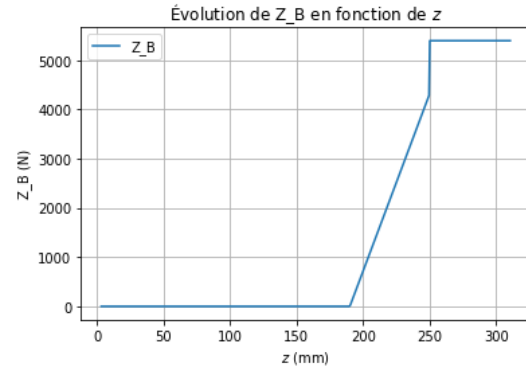


FIGURE 10 – Evolution de l'effort non nul de la liaison pivot (B, \vec{x}) entre 6 et 2

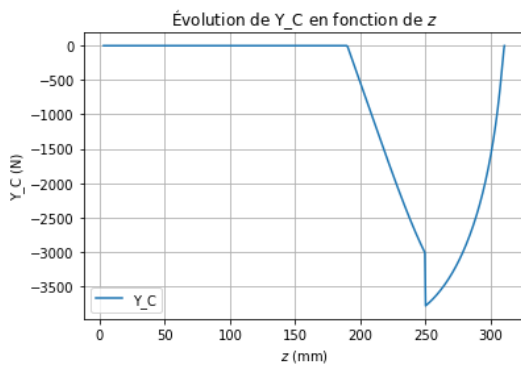


FIGURE 11 – Evolution des efforts de la liaison pivot (C, \vec{x}) entre 5 et 2

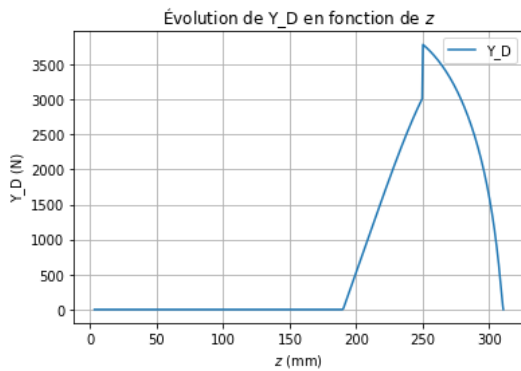
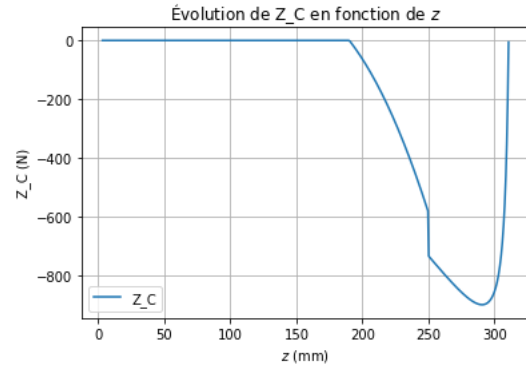
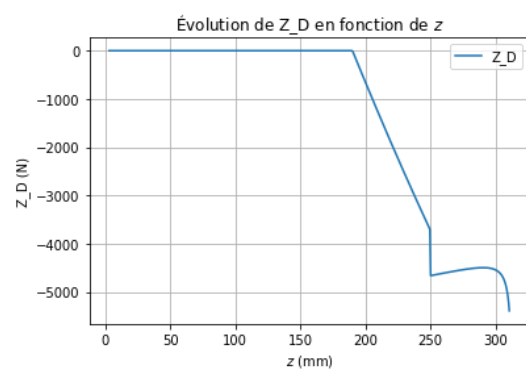


FIGURE 12 – Evolution des efforts de la liaison pivot (D, \vec{x}) entre 2 et 1



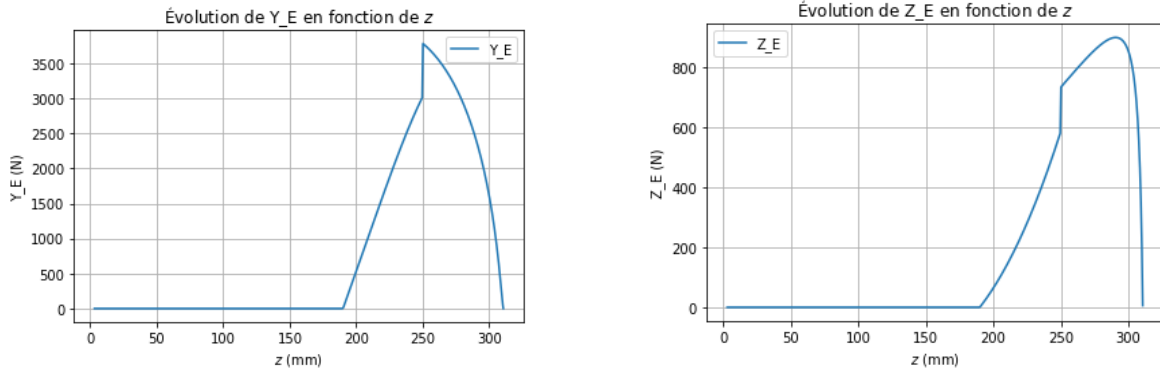


FIGURE 13 – Evolution des efforts de la liaison pivot (E, \vec{x}) entre 3 et 1

L'analyse numérique montre que les efforts Y_C , Y_D et Y_E atteignent des valeurs maximales de même intensité (3616,61 N). Cette observation est cohérente avec la géométrie du cric, qui forme un système symétrique autour du point D . L'effort appliqué par le vérin et celui transmis par la bielle sont équilibrés, chacun prenant en charge une moitié de la charge verticale transmise par le point B . En conséquence, la compression dans la bielle (liaison C) et la traction dans le vérin (liaison E) sont égales en valeur absolue mais de signe opposé, et se retrouvent symétriquement dans la réaction au point D . Les liaisons A et B reprennent principalement la force verticale P , avec des efforts atteignant 5395,5 N, cohérents avec le poids total du véhicule côté levé.

3 Choix définitif du paramètre L et détermination de la course λ

La longueur L conditionne à la fois la hauteur de levage ($z = 2L \cos \alpha$), la course du vérin, et les efforts dans les liaisons. Plus L est grand, plus la hauteur utile augmente, mais les efforts dans les biellettes et le vérin croissent également, en particulier pour les faibles valeurs de α . L'étude paramétrée montre que les efforts atteignent un maximum proche de 3700 N dans les liaisons C , D et E .

Un compromis doit donc être trouvé entre performance géométrique et limite mécanique. Le choix $L = 155,29$ mm permet d'atteindre une hauteur maximale de 300 mm pour un angle $\alpha_{max} = 15^\circ$, avec des efforts admissibles avec des composants standards. Ce choix est retenu pour la suite de l'étude.

$$\begin{aligned}\lambda_{\min} &= \frac{L}{4} \sqrt{1 + 48 \sin^2 \alpha_{\min}} = \frac{L}{4} \sqrt{1 + 48 \sin^2 (15^\circ)} \approx 79,71 \text{ mm} \\ \lambda_{\max} &= \frac{L}{4} \sqrt{1 + 48 \sin^2 \alpha_{\max}} = \frac{L}{4} \sqrt{1 + 48 \sin^2 (90^\circ)} \approx 271,76 \text{ mm} \\ \Rightarrow & \boxed{\lambda_{\max} - \lambda_{\min} = 271,76 - 79,71 \approx 192,05 \text{ mm}}\end{aligned}$$

L'expression paramétrique de la longueur du vérin en fonction de l'angle d'ouverture α permet d'estimer directement la course requise pour couvrir toute la plage de fonctionnement du cric. Pour un angle d'ouverture allant de 15° à 90° , la longueur du vérin varie de $\lambda_{\min} \approx 79,71 \text{ mm}$ à $\lambda_{\max} \approx 271,76 \text{ mm}$. On obtient ainsi une course totale de $\boxed{192,05 \text{ mm}}$, valeur qui peut être utilisée pour sélectionner un vérin standard compatible avec l'usage prévu.

4 Conclusion

Cette étude a d'abord établi, sur la base d'une modélisation géométrique paramétrée, les lois entrée-sortie du cric : $z = 2L \cos \alpha$ pour la hauteur de levage et $\lambda = \frac{L}{4} \sqrt{1 + 48 \sin^2 \alpha}$ pour la course du vérin. Les limites analytiques et les conditions de non-singularité ont ensuite permis de borner l'intervalle d'utilisation à $\frac{\pi}{12} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Dans un second temps, l'étude statique par torseurs a conduit aux expressions fermées des efforts dans chaque liaison. La charge appliquée $P(z)$ a été modélisée par morceaux afin de refléter le transfert progressif du poids du véhicule ; les courbes obtenues montrent une répartition symétrique des efforts : $|Y_C| = |Y_D| = |Y_E| \simeq 3,7kN$ et $|Z_A| = |Z_B| \simeq 5,4kN$ pour la configuration critique. Ces valeurs confirment la cohérence du modèle et valident l'hypothèse de symétrie autour du point D .

Le compromis entre hauteur utile, course du vérin et limitation des efforts conduit au choix définitif $L = 155,29 \text{ mm}$, assurant un débattement de 300mm tout en maintenant les sollicitations dans une plage compatible avec des axes acier standards (S355) et un vérin commercial de course 230 mm.

La prochaine étape portera sur la Résistance des Matériaux : vérification en traction/compression des bielles, dimensionnement au cisaillement des axes et contrôle de la flèche du vérin. Les résultats de la présente étude fourniront les charges de calcul nécessaires au dimensionnement RDM et à la définition finale de la gamme de fabrication.

Références

- [1] J.L. Fanchon, *Guide de mécanique*, Éditions Nathan, 2008, 576 p. ISBN 978-2-09-160711-5.
- [2] P. Agati, *Mécanique du solide. Applications industrielles*, Éditions DUNOD, 2007, 302 p. ISBN 2-10-007945-X.
- [3] W. Riley, *Engineering Mechanics. Statics*, John Wiley & Sons Inc., 1996, 688 p. ISBN 0-471-05333-3.
- [4] P. Agati, *Mécanique 1. Modélisation, Cinématique, Statique*, Éditions DUNOD, 1995, 328 p. ISBN 2-10-002047-1.
- [5] P. Lussiez, *Mécanique en 30 fiches*, Éditions DUNOD, 2008, 160 p. ISBN 978-2-10-050717-7.
- [6] Y. Berthaud, *Mini manuel de mécanique du solide*, Éditions DUNOD, 2009, 234 p. ISBN 978-2-10-052649-9.
- [7] K. Gieck, *Technische Formelsammlung*, Gieck Verlag, 1995. ISBN 3-920379-21-7.

A Annexes

A.1 Codes pythons

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 alpha = np.linspace(1e-3, np.pi/2 - 1e-3, 500)
5
6 z = 2 * np.cos(alpha)
7 lamda = np.sqrt(1 + 48 * np.sin(alpha)**2)
8
9 plt.figure()
10 plt.plot(alpha, z)
11 plt.xlabel(r'$\alpha$ (rad)')
12 plt.ylabel(r'$z$')
13 plt.grid(True)
14
15 plt.figure()
16 plt.plot(alpha, lamda)
17 plt.xlabel(r'$\alpha$ (rad)')
18 plt.ylabel(r'$\lambda$')
19 plt.grid(True)
20 plt.show()
21

```

FIGURE 14 – Affichage des paramètres adimensionnés

```

3
4 G = 190
5 S = 60
6 D = 50
7 M_max = 550
8 g = 9.81
9 L = 155.29
10 m_g = M_max * g
11
12 alpha = np.linspace(0.01, np.pi/2 - 0.01, 500)
13 gamma = np.arctan(np.cos(alpha) / (7 * np.sin(alpha)))
14
15 z = 2 * L * np.cos(alpha)
16
17 P = np.piecewise(
18     z,
19     [z < G,
20      (z >= G) & (z < G + S),
21      z >= G + S],
22     [
23         lambda z: 0,
24         lambda z: 0.8 * m_g / S * (z - G),
25         lambda z: m_g
26     ]
27 )
28
29 F = (4 * P * np.sin(alpha)) / 3 * np.cos(alpha - gamma)
30 cos_gamma = np.cos(gamma)
31 sin_gamma = np.sin(gamma)
32
33 Z_A = P
34 Z_B = P
35 Y_C = - F * cos_gamma
36 Z_C = - F * sin_gamma
37 Y_D = F * cos_gamma
38 Z_D = - P + F * sin_gamma
39 Y_E = F * cos_gamma
40 Z_E = F * sin_gamma
41
42 efforts = {
43     "Z_A": Z_A,
44     "Z_B": Z_B,
45     "Y_C": Y_C,
46     "Z_C": Z_C,
47     "Y_D": Y_D,
48     "Z_D": Z_D,
49     "Y_E": Y_E,
50     "Z_E": Z_E,
51 }
52
53 for nom, valeur in efforts.items():
54     plt.figure()
55     plt.plot(z, valeur, label=nom)
56     plt.xlabel(r'$z$ (mm)')
57     plt.ylabel(f'$\{nom\}$ (N)')
58     plt.title(f'Evolution de $\{nom\}$ en fonction de $z$')
59     plt.grid(True)
60     plt.legend()
61     plt.show()

```

FIGURE 15 – Représentation des efforts fonction de z

A.2 Extrait du Cahier Des Charges Fonctionnel

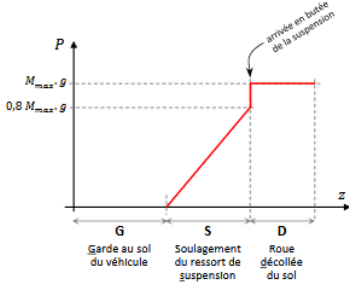
Fonctions	Critères	Niveaux	Flexibilité
FP□ : Soulever une partie de la voiture pour décoller la roue du sol.	<ul style="list-style-type: none"> - Masse maximale à soulever (cela ne représente pas la masse totale du véhicule) - Longueur de soulagement du ressort de suspension - Hauteur de décolllement de la roue par rapport au sol <p>Compte tenu du débattement du ressort de la suspension du véhicule, la force de levage \vec{P} varie en fonction de z. De plus, le ressort de suspension est pré-contraint, c'est-à-dire que lorsque la suspension est soulagée (roue décollée du sol) le ressort n'est pas arrivé à sa longueur à vide ; il est alors bloqué par une butée de fin de course de l'amortisseur qui est monté en parallèle. Ceci a pour effet une variation brutale de la force sur le cric qui est considérée égale à 20% du poids total appliqué sur le cric lorsque la roue est décollée :</p> 	$M_{max} = 550$ kg $S = 60$ mm $D = 50$ mm	$+0$ -10 kg ± 1 mm $+0$ $+10$ mm
FC□ : Pouvoir se glisser entre le sol et le bas de caisse du véhicule à l'état replié.	<ul style="list-style-type: none"> - Garde au sol du véhicule 	$G = 190$ mm	$+0$ $+10$ mm

FIGURE 16 – Extrait du Cahier Des Charges Fonctionnel

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS METZ

COPRE

COPI : CHOIX DES MATÉRIAUX

Rendu 3

Élèves :

Thibault Halperin
Killian Crenn

Enseignant :

Sophie Berveiller
Xavier Morel
Marc Wary
Denis Bouscaud



Mise en contexte et objectifs

Dans le cadre du projet COPI-COPRE, il est demandé de réaliser une étude comparative et argumentée sur le choix de matériaux adaptés à différentes configurations d'éléments mécaniques. Ces éléments sont modélisés comme des poutres de section carrée soumises à des sollicitations mécaniques variées, telles que la traction axiale ou la flexion en leur centre.

L'augmentation continue du nombre de matériaux disponibles dans l'industrie (aujourd'hui plus de 160 000) rend indispensable l'utilisation d'une méthodologie rigoureuse pour guider la sélection, en tenant compte à la fois des performances mécaniques, du coût, de la durabilité et d'autres critères environnementaux. La démarche proposée par Ashby, fondée sur l'analyse des fonctions, contraintes, objectifs et variables libres, fournit un cadre pertinent pour cette sélection raisonnée.

L'objectif de ce travail est donc de :

- Traduire les besoins fonctionnels des trois configurations en contraintes et objectifs clairs.
- Établir pour chaque cas l'indice de performance pertinent.
- Identifier, à partir des diagrammes d'Ashby, les matériaux les plus adaptés à chaque configuration.
- Proposer une solution unique ou un compromis optimal répondant aux trois cahiers des charges, en intégrant des critères complémentaires liés au contexte d'utilisation (durabilité, impact environnemental, faisabilité industrielle...).

Ce compte rendu présente l'ensemble des raisonnements techniques, les mises en équation, les indices de performance utilisés, les matériaux présélectionnés, ainsi que la justification du choix final.

Table des matières

1 Cahier des charges pour choix des matériaux	2
1.1 Configuration 1	2
1.2 Configuration 2	2
1.3 Configuration 3	3
2 Equations de performance	3
2.1 Configuration 1	3
2.2 Configuration 2	4
2.3 Configuration 3	4
3 Choix du/des matériaux selon la méthode d'Ashby	5
3.1 Configuration 1	5
3.2 Configuration 2	6
3.3 Configuration 3	7
3.4 Définition des conditions aux limites et choix du matériau	8
4 Conclusion	8

1 Cahier des charges pour choix des matériaux

Les tableaux ci-dessous présentent les cahiers des charges établis pour l'analyse des trois configurations mécaniques étudiées dans le cadre de ce travail.

1.1 Configuration 1

Élément	Description
Fonction	Supporter une charge en flexion F .
Objectif	Minimiser le coût du matériau.
Contraintes	<ul style="list-style-type: none"> — Longueur de la poutre L fixée. — Rigidité imposée.
Variables libres	<ul style="list-style-type: none"> — Dimension de la section (carrée) : b. — Choix du matériau.

TABLE 1 – Cahier des charges pour la configuration en flexion avec minimisation du coût et rigidité imposée.

1.2 Configuration 2

Élément	Description
Fonction	Supporter une charge en traction N .
Objectif	Minimiser le coût du matériau.
Contraintes	<ul style="list-style-type: none"> — Longueur de la poutre L fixée. — Comportement élastique.
Variables libres	<ul style="list-style-type: none"> — Dimension de la section (carrée) : b. — Choix du matériau.

TABLE 2 – Cahier des charges pour la configuration en traction avec minimisation du coût et comportement élastique imposé.

1.3 Configuration 3

Élément	Description
Fonction	Supporter une charge en flexion F .
Objectif	Minimiser le coût du matériau.
Contraintes	<ul style="list-style-type: none"> — Longueur de la poutre L fixée. — Comportement élastique.
Variables libres	<ul style="list-style-type: none"> — Dimension de la section (carrée) : b. — Choix du matériau.

TABLE 3 – Cahier des charges pour la configuration en flexion avec minimisation du coût et comportement élastique imposé.

2 Equations de performance

2.1 Configuration 1

Dans cette configuration, l'objectif est de respecter le cahier des charges (Table 1).

$$\delta = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_{zz}} \quad \text{et} \quad I_{zz} = \frac{b^4}{12}$$

$$\text{Donc,} \quad b^2 = \sqrt{\frac{F \cdot L^3}{4 \cdot E \cdot \delta}}$$

$$\text{Or,} \quad C = C_m \cdot \rho \cdot b^2 \cdot L$$

$$\Rightarrow C = C_m \cdot \rho \cdot \sqrt{\frac{F \cdot L^3}{4 \cdot E \cdot \delta}} \cdot L$$

Afin de déterminer l'expression de l'indice de performance, on s'appuie sur les formules de la flèche δ et du coût C , que l'on combine (voir les détails des calculs ci-dessous).

Étant donné que F , δ et L sont fixés, seule une partie de l'expression du coût varie :

$$M_1 = \frac{C_m \cdot \rho}{\sqrt{E}}$$

C'est donc cette expression qu'il convient de minimiser pour réduire le coût.

2.2 Configuration 2

Dans cette configuration, l'objectif est de respecter le cahier des charges (Table 2).

$$\sigma = \frac{N}{S}$$

On veut que $\sigma \leq R_e$, ce qui implique, dans le pire des cas, que $S = \frac{N}{R_e}$.

$$\Rightarrow C = C_m \cdot \rho \cdot \frac{N}{R_e} \cdot L$$

Afin de déterminer l'expression de l'indice de performance, on s'appuie sur les formules de la flèche δ et du coût C , que l'on combine (voir les détails des calculs ci-dessous).

Étant donné que N et L sont fixés, seule une partie de l'expression du coût varie :

$$M_2 = \frac{C_m \cdot \rho}{R_e}$$

C'est donc cette expression qu'il convient de minimiser pour réduire le coût.

2.3 Configuration 3

Dans cette configuration, l'objectif est de respecter le cahier des charges (Table 3).

$$\sigma = \frac{F \cdot L \cdot y}{4 \cdot I_{zz}} \quad , \quad I_{zz} = \frac{b^4}{12} \quad \text{et} \quad y = \frac{b}{2}$$

$$\text{Donc, } b^2 = \left(\frac{3 \cdot F \cdot L}{2 \cdot \sigma} \right)^{\frac{2}{3}}$$

On veut, $\sigma \leq R_e$ donc dans le pire des cas $\sigma = R_e$

$$\Rightarrow C = C_m \cdot \rho \cdot \left(\frac{3 \cdot F \cdot L}{2 \cdot R_e} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot L$$

Afin de déterminer l'expression de l'indice de performance, on s'appuie sur les formules de la flèche δ et du coût C , que l'on combine (voir les détails des calculs ci-dessous).

Étant donné que F et L sont fixés, seule une partie de l'expression du coût varie :

$$M_3 = \frac{C_m \cdot \rho}{R_e^{\frac{2}{3}}}$$

C'est donc cette expression qu'il convient de minimiser pour réduire le coût.

3 Choix du/des matériaux selon la méthode d'Ashby

3.1 Configuration 1

L'objectif de cette étude est d'identifier les dix matériaux les plus performants pour une sollicitation en flexion, en tenant compte d'un objectif de minimisation du coût. La sélection est conduite sous les contraintes d'une longueur fixée et d'une rigidité imposée.

Afin de procéder à la sélection du matériau dans cette configuration, l'indice de performance M_1 , déterminé précédemment pour la configuration 1, est linéarisé par passage au logarithme. On obtient ainsi la relation suivante :

$$\log(E) = 2(\log(C_m \rho) - \log(M_1))$$

où E désigne le module d'élasticité, ρ la masse volumique et C_m le coût massique. Cette expression permet de représenter l'espace des matériaux sur un diagramme d'Ashby, avec $\log(E)$ en ordonnée et $\log(\rho C_m)$ en abscisse :

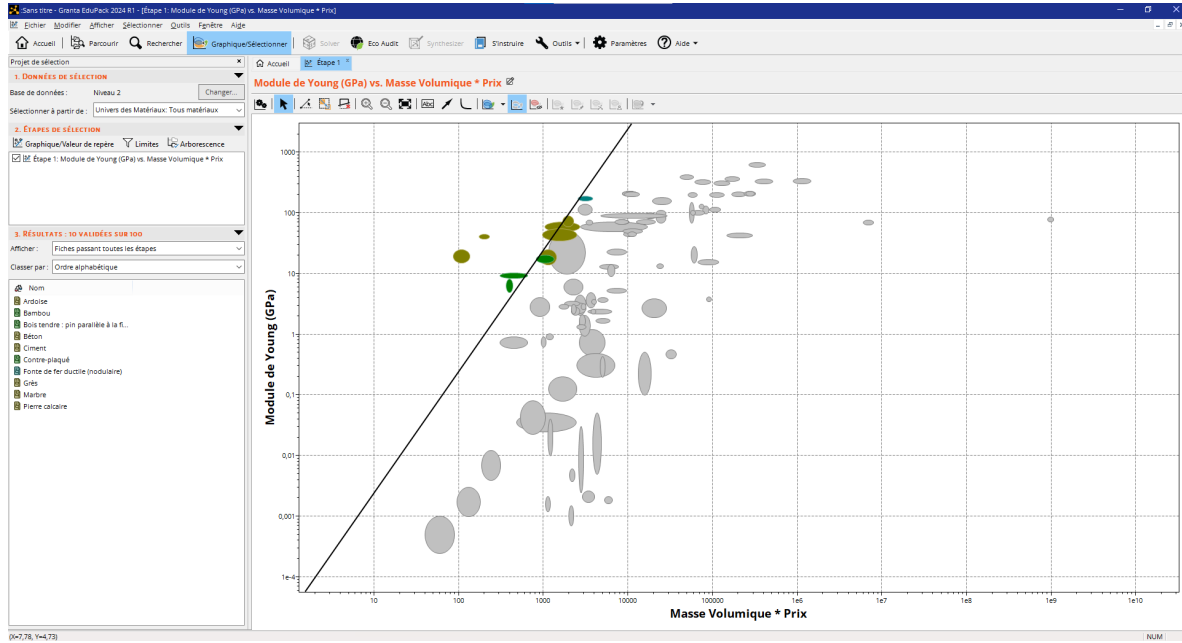


FIGURE 1 – Diagramme d'Ashby pour la configuration 1

Dans le cadre de cette représentation, la minimisation de l'indice de performance M_1 revient à maximiser $-\log(M_1)$. La sélection se fait donc en maximisant l'ordonnée à l'origine de la droite.

Les dix matériaux retenus pour cette configuration, en tenant compte de cette analyse, sont les suivants : ardoise, bambou, pin, béton, ciment, contreplaqué, fonte de fer ductile, grès, marbre et pierre calcaire.

3.2 Configuration 2

L'objectif de cette étude est d'identifier les dix matériaux les plus performants pour une sollicitation en traction, en tenant compte d'un objectif de minimisation du coût. La sélection est conduite sous les contraintes d'une longueur fixée et du respect du comportement élastique du matériau.

Pour cette configuration, le choix du matériau repose sur l'indice de performance M_2 déterminé précédemment. Afin de permettre une représentation graphique facilitant la comparaison entre matériaux, cet indice est exprimé sous forme logarithmique selon la relation suivante :

$$\log(R_e) = \log(C_m \rho) - \log(M_2)$$

où R_e est la limite élastique du matériau, ρ sa masse volumique, et C_m son coût massique. Cette expression permet de tracer un diagramme d'Ashby en plaçant $\log(R_e)$ en ordonnée et $\log(\rho C_m)$ en abscisse :

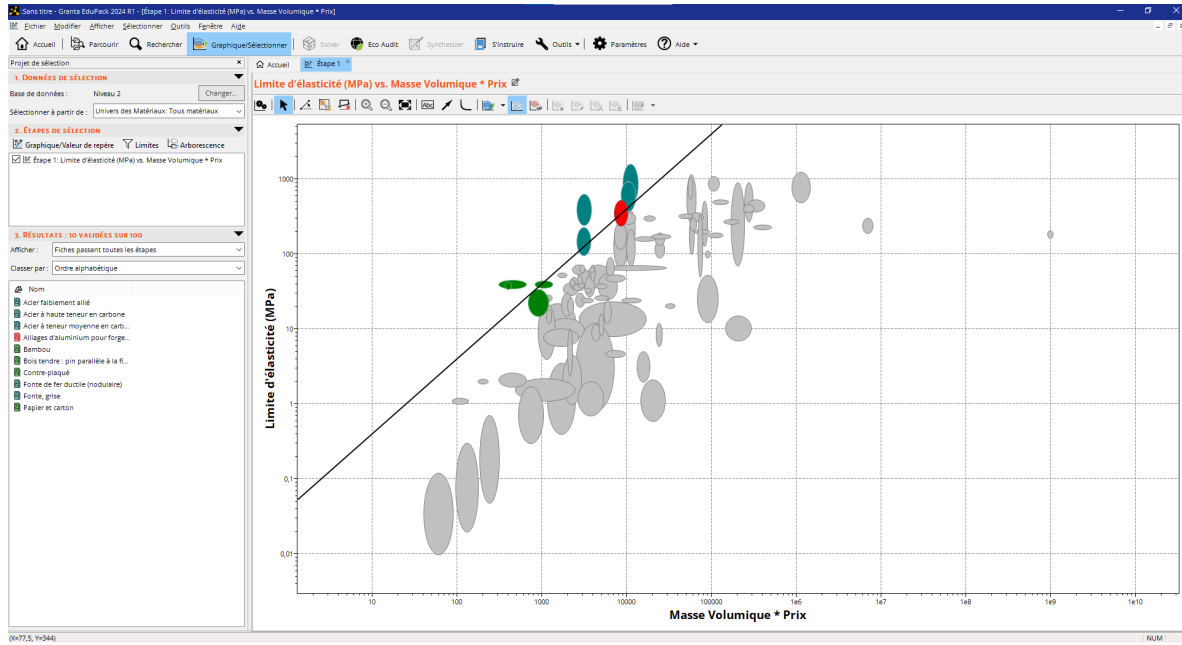


FIGURE 2 – Diagramme d'Ashby pour la configuration 2

La minimisation de l'indice de performance M_2 revient, comme précédemment, à maximiser $-\log(M_2)$. La sélection optimale se fait donc en maximisant l'ordonnée à l'origine de la droite .

À l'issue de cette analyse, les dix matériaux retenus pour cette configuration sont : acier faiblement allié, acier à haute teneur en carbone, acier à teneur moyenne en carbone, alliages d'aluminium pour forge, bambou, pin, contreplaqué, fonte de fer ductile, fonte grise, ainsi que les papiers et cartons.

3.3 Configuration 3

L'objectif de cette étude est d'identifier les dix matériaux les plus performants pour une sollicitation en flexion, dans le cas où la contrainte principale est le maintien du comportement élastique du matériau, tout en minimisant le coût.

Dans cette configuration, le matériau est sélectionné à partir de l'indice de performance M_3 établi lors de l'analyse précédente. Afin de permettre une représentation graphique comparable aux autres cas, l'expression est linéarisée sous forme logarithmique :

$$\log(R_e) = \frac{3}{2}(\log(C_m \rho) - \log(M_3))$$

où R_e désigne la limite élastique du matériau, ρ sa masse volumique et C_m son coût massique. Cette relation permet de tracer un diagramme d'Ashby, avec $\log(R_e)$ en ordonnée et $\log(\rho C_m)$ en abscisse :

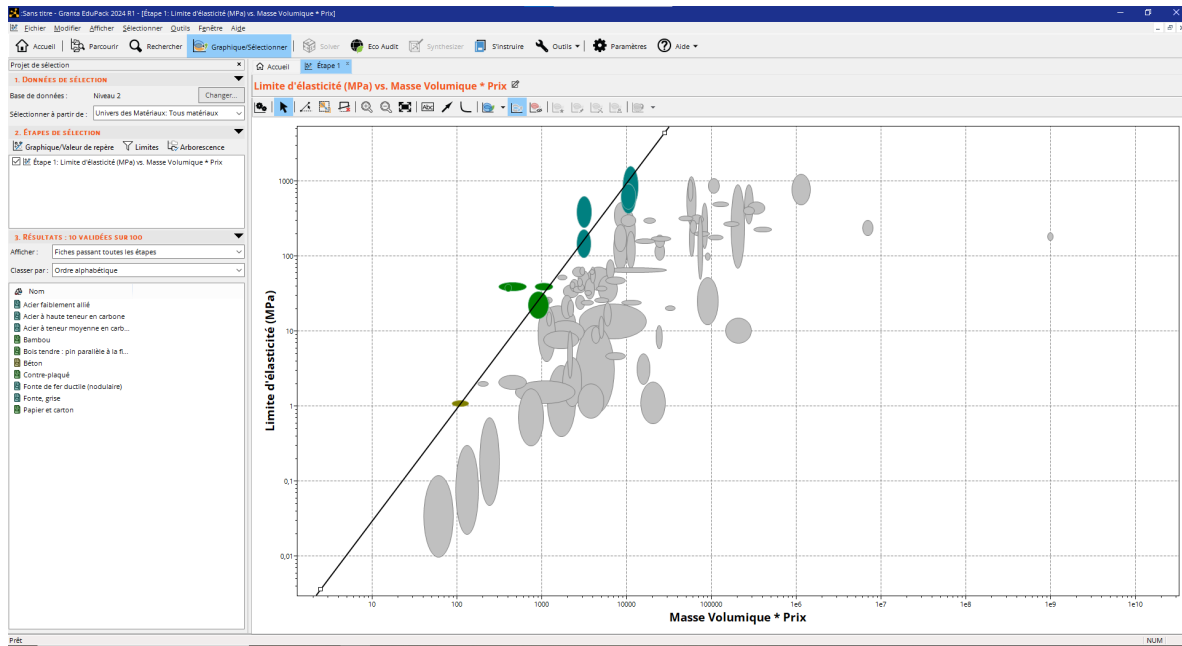


FIGURE 3 – Diagramme d'Ashby pour la configuration 3

Dans ce contexte, la minimisation de l'indice de performance M_3 revient à maximiser $-\log(M_3)$. Le matériau optimal est donc choisi en maximisant l'ordonnée à l'origine de la droite.

Sur cette base, les dix matériaux retenus pour la configuration 3 sont les suivants : acier faiblement allié, acier à haute teneur en carbone, acier à teneur moyenne en carbone, bambou, pin, béton, contreplaqué, fonte de fer ductile, fonte grise, ainsi que papier et carton.

3.4 Définition des conditions aux limites et choix du matériau

Pour chaque décision technique, nous avons cherché à maximiser les critères de performance retenus. Le choix du matériau s'est porté sur une solution alliant recyclabilité et robustesse. Plus précisément, nous avons privilégié un matériau contenant au minimum 45% de matière recyclée (conformément aux standards des fournitures courantes), présentant une résistance à la traction supérieure à 400 MPa, et offrant une bonne tenue face à la corrosion. Le matériau sélectionné est donc la fonte de fer ductile qui n'est pas considérée comme étant chère dans l'industrie.

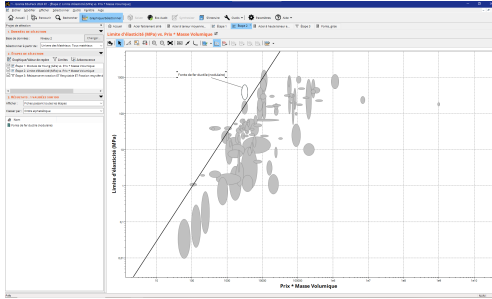


FIGURE 4 – *
Configuration 1

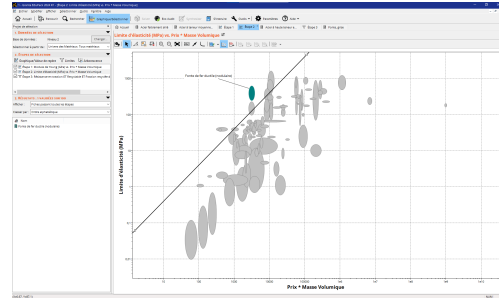


FIGURE 5 – *
Configuration 2

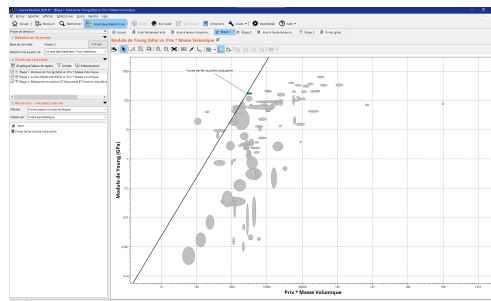


FIGURE 6 – *
Configuration 3

FIGURE 7 – Diagramme d'Ashby : Limites appliquées

4 Conclusion

Au terme de notre analyse multicritère, la fonte de fer ductile s'est imposée comme le matériau le plus adapté à notre cahier des charges. En effet, en plus de sa capacité à répondre aux contraintes imposées dans les trois configurations étudiées, la fonte de fer ductile satisfait également les exigences en matière de recyclabilité, grâce à une teneur en matière recyclée significative. Par ailleurs, sa résistance en traction, généralement supérieure à 400MPa, garantit une bonne tenue mécanique dans les conditions d'usage prévues. Enfin, ses propriétés intrinsèques de résistance à la corrosion assurent une durabilité satisfaisante sans recourir à des traitements de surface coûteux. Ces caractéristiques font de la fonte de fer ductile un choix à la fois performant, économique et responsable sur le plan environnemental.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS METZ

COPRE

COPI : PRÉ-DIMENSIONNEMENT

Rendu 4

Élèves :

Killian Crenn
Thibault Halperin

Enseignant :

Pascal Pomarede



Mise en contexte et objectifs

Introduction

Le travail s'inscrit dans le cadre du module *COPRE*. Le dispositif étudié est un cric articulé dont la structure se ramène essentiellement à deux poutres, notées 1 et 2, assemblées par cinq axes d'articulation (points A à E). L'analyse préliminaire montre que les efforts internes atteignent leurs valeurs maximales lorsque la hauteur d'application de la charge vaut $z = G + S$; cette position, dénommée configuration critique, constitue donc la condition dimensionnante de l'ensemble. Nous disposons, sous forme de feuille Excel, des réactions globales correspondant à cette configuration ainsi que des paramètres géométriques imposés, tout en conservant une variable libre à optimiser. La mission consiste à projeter ces charges dans les repères locaux des poutres, à déterminer les sollicitations internes et à vérifier la tenue élastique des différents éléments conformément aux exigences normatives.

Objectifs

L'objectif principal est de garantir l'intégrité mécanique du cric dans sa configuration la plus défavorable. Il se décline en trois parties : d'abord, dimensionner les poutres 1 et 2 en calculant les diagrammes N_y , T_z et M_{fx} le long de leur axe, puis en sélectionnant une section et un matériau satisfaisant le critère d'élasticité avec un coefficient de sécurité minimal de 1,25 ; ensuite, définir le diamètre et le matériau des axes d'articulation de manière à résister au cisaillement, toujours avec le même facteur de sécurité.

Table des matières

1 Paramètres imposés et hypothèses	2
2 Méthodologie	2
2.1 Dimensionnement des poutres 1 et 2	2
2.1.1 Choix de la configuration critique	2
2.1.2 Efforts appliqués sur les poutres 1 et 2	3
2.1.3 Projection des efforts	4
2.1.4 Calcul analytique des efforts internes	5
2.1.5 Résolution numérique des efforts internes	7
2.1.6 Vérification du critère d'élasticité	10
2.2 Dimensionnement des axes d'articulation	14
2.2.1 Rappel des efforts aux liaisons	14
2.2.2 Choix du matériau des axes d'articulation	14
2.2.3 Détermination du nombre de sections cisailées	14
2.2.4 Détermination de la section	15
2.2.5 Choix du diamètre et du matériau	15
3 Conclusion	16
4 Bibliographie	16
A Annexes	17
A.1 Extrait du Cahier Des Charges Fonctionnel	17
A.2 Extrait de Granta EduPack (2024 R1) sur la fonte de fer ductile (nodulaire)	18
A.3 Codes Python	19

1 Paramètres imposés et hypothèses

Les géométries, positions d'articulations et longueurs effectives des poutres sont imposées par le schéma cinématique.

Les sollicitations analysées correspondent uniquement aux efforts externes fournis pour la configuration critique $z = G + S$; le poids des éléments est négligé.

Les poutres sont modélisées comme barres droites élancées à section constante, soumises à de petites déformations et décrites par la théorie d'Euler-Bernoulli. Les matériaux sont considérés homogènes, isotropes et linéaires élastiques dans l'intervalle des contraintes étudiées.

Les articulations A à E sont idéalisées en rotules parfaites. Tous les calculs se font à l'état limite de service avec un coefficient de sécurité minimal $s = 1,25$ appliqué à la limite d'élasticité du matériau choisi.

Les phénomènes de fatigue et de flambement ne sont pas considérés par ce pré-dimensionnement.

2 Méthodologie

2.1 Dimensionnement des poutres 1 et 2

L'étude débute par l'identification de la configuration critique, correspondant à la hauteur $z = G + S$, où les efforts appliqués sont maximaux. Les efforts extérieurs sont ensuite projetés du repère global vers les repères locaux de chaque poutre. À partir de ces efforts, les efforts internes N_y , T_z et M_{fx} sont calculés le long de l'axe de chaque poutre. Ces sollicitations permettent d'évaluer les contraintes maximales, à partir desquelles une section et un matériau sont choisis. La vérification du critère d'élasticité est alors effectuée, en s'assurant qu'un coefficient de sécurité minimal de 1,25 est respecté.

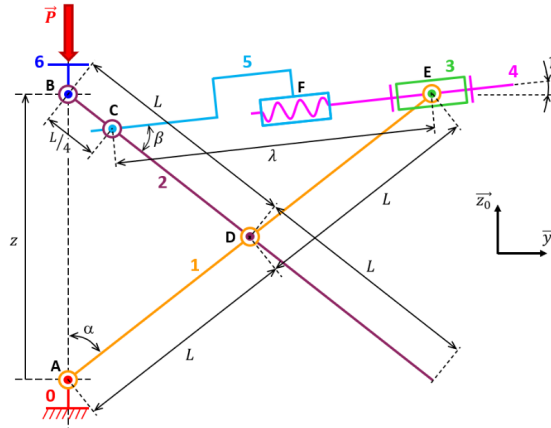
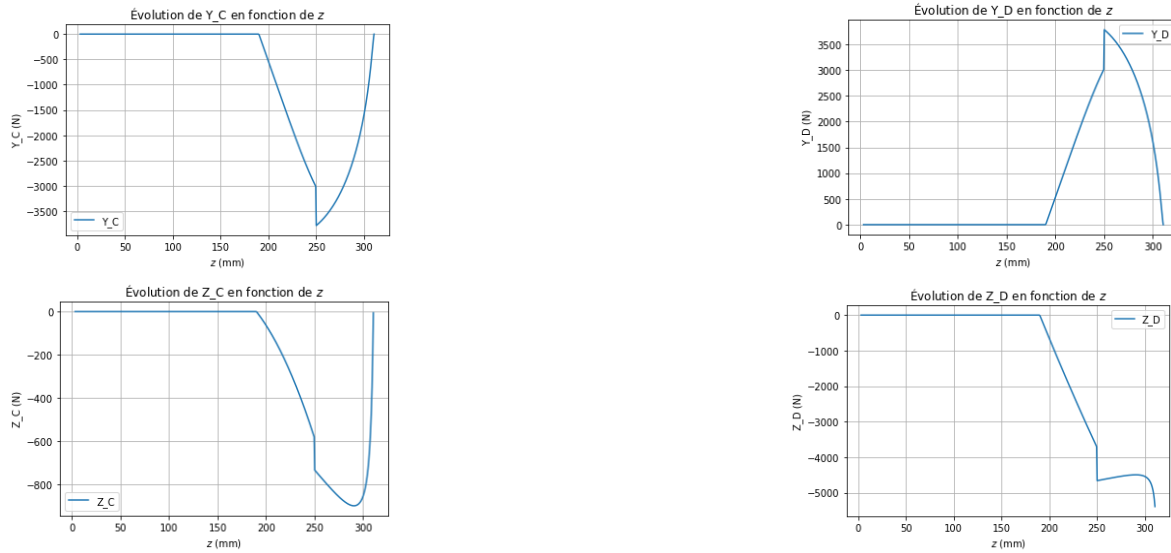


FIGURE 1 – Schéma cinématique du cric

2.1.1 Choix de la configuration critique

La configuration critique adoptée pour cette étude correspond à une hauteur $z = 250 \text{ mm}$, une longueur caractéristique $L = 155,29 \text{ mm}$, valeur déterminée lors de l'étude technique préalable (COPRE 2 : Etude technique). Cette position maximise les efforts internes dans les poutres et les liaisons, rendant ainsi cette configuration la plus défavorable pour la tenue mécanique du système. Elle constitue donc le cas dimensionnant pour l'ensemble des vérifications en résistance des matériaux.



2.1.2 Efforts appliqués sur les poutres 1 et 2

Les efforts appliqués sur les poutres 1 et 2 sont obtenus à partir de la feuille Excel fournie, qui centralise les résultats de l'étude technique préalable dans la configuration critique.

En intégrant dans le fichier Excel données issues du cahier des charges fonctionnel (cf. Annexe) ainsi que la longueur caractéristique déterminée lors de l'étude technique préalable, on obtient les résultats suivants :

Garde au sol du véhicule G =	190 mm
Longueur soulagement ressort S =	60 mm
altitude de décollément =	250 mm
hauteur décollément roue D =	50 mm
altitude de levage maxi =	300 mm
Masse véhicule M =	550 kg
Masse décollément roue =	440 kg
L =	155,29 mm
Accélération de la pesanteur =	9,81 m/s²

efforts sur la pièce 1 dans la configuration critique (unités: N, mm)						
effort de 0/1 au point A			effort de 2/1 au point D		effort de 3/1 au point E	
X= -	M _x = 0		X= -	M _x = 0	X= -	M _x = 0
Y= 0	M _y = -		Y= 4640	M _y = -	Y= -4640	M _y = -
Z= 5396	M _z = -		Z= -4496	M _z = -	Z= -899	M _z = -

efforts sur la pièce 2 dans la configuration critique (unités: N, mm)						
effort de 6/2 au point B			effort de 5/2 au point C		effort de 1/2 au point D	
X= -	M _x = 0		X= -	M _x = 0	X= -	M _x = 0
Y= 0	M _y = -		Y= 4640	M _y = -	Y= -4640	M _y = -
Z= -5396	M _z = -		Z= 899	M _z = -	Z= 4496	M _z = -

On obtient ainsi les paramètres géométriques ainsi que les efforts de liaison appliqués dans la configuration critique, servant de base au dimensionnement des poutres et des axes :

						en C			en D		
z (mm)	M (kg)	α (degrees)	CE (mm)	β (degrees)	γ (degrees)	Y_{62} (N)	Z_{62} (N)	F_{62} (N)	Y_{12} (N)	Z_{12} (N)	F_{12} (N)
250	550	36,395	164,247	64,573076	10,968	4640,042	899,25	4726,377	-4640,042	4496,25	

2.1.3 Projection des efforts

Afin de poursuivre l'analyse, il est nécessaire de projeter les efforts, initialement exprimés dans le repère global (cf. Figure 2 - Efforts appliqués sur les poutres 1 et 2), dans le repère local propre à chaque poutre. Cette étape permet d'exprimer correctement les sollicitations internes selon l'axe longitudinal de chaque poutre et de faciliter l'étude ultérieure.

On projette les efforts (donnés dans le repère global dans la feuille Excel) s'appliquant sur chaque poutre dans son système d'axes :

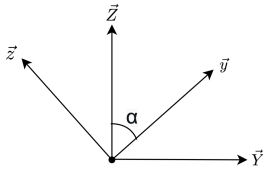


FIGURE 5 – Figure géométrale de la poutre ADE

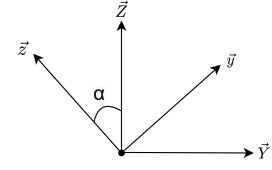


FIGURE 6 – Figure géométrale de la poutre BCD

alpha en ° 36,395	Projection des efforts aux liaisons B, C et D dans le repère local xyz de la poutre 2					
Au point B	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 4343,486349 & 0 \\ -3201,709284 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur local (x,y,z)	=	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,593348644 & -0,80494558 \\ 0 & 0,80494558 & 0,593348644 \end{bmatrix}$ Matrice de passage	x	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -5396 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur global (X,Y,Z)	
Au point C	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2029,491632 & 0 \\ 4268,367922 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur local (x,y,z)	=	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,593348644 & -0,80494558 \\ 0 & 0,80494558 & 0,593348644 \end{bmatrix}$ Matrice de passage	x	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 4640 & 0 \\ 899 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur global (X,Y,Z)	
Au point D	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -6372,173036 & 0 \\ -1067,251987 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur local (x,y,z)	=	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,593348644 & -0,80494558 \\ 0 & 0,80494558 & 0,593348644 \end{bmatrix}$ Matrice de passage	x	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -4640 & 0 \\ 4496 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur global (X,Y,Z)	

FIGURE 7 – Projection des efforts aux liaisons B, C et D dans le repère local xyz de la poutre 2

alpha en ° 36,395	Projection des efforts aux liaisons A, D et E dans le repère local xyz de la poutre 1					
Au point A	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 4343,486349 & 0 \\ 3201,709284 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur local (x,y,z)	=	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,593348644 & 0,80494558 \\ 0 & -0,80494558 & 0,593348644 \end{bmatrix}$ Matrice de passage	x	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 5396 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur global (X,Y,Z)	
Au point D	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -865,8976184 & 0 \\ -6402,642994 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur local (x,y,z)	=	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,593348644 & 0,80494558 \\ 0 & -0,80494558 & 0,593348644 \end{bmatrix}$ Matrice de passage	x	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 4640 & 0 \\ -4496 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur global (X,Y,Z)	
Au point E	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -3476,783785 & 0 \\ 3201,527059 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur local (x,y,z)	=	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,593348644 & 0,80494558 \\ 0 & -0,80494558 & 0,593348644 \end{bmatrix}$ Matrice de passage	x	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -4640 & 0 \\ -899 & 0 \end{bmatrix}$ Torseur global (X,Y,Z)	

FIGURE 8 – Projection des efforts aux liaisons A, D et E dans le repère local xyz de la poutre 1

À partir de ces projections, il est alors possible de calculer les efforts internes N_y , T_z et M_{fx} le long de l'axe y de chaque poutre. Ces grandeurs seront ensuite représentées graphiquement afin d'identifier les zones de sollicitation maximale, servant de base au dimensionnement mécanique.

2.1.4 Calcul analytique des efforts internes

a) Poutre 1 (ADE)

Les efforts internes dans la poutre 1 sont déterminés en projetant les efforts extérieurs dans le repère local de la poutre, puis en appliquant les équilibres locaux. On distingue deux tronçons : AD et DE.

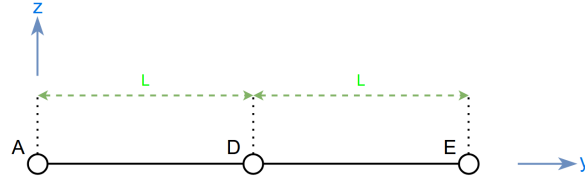


FIGURE 9 – Poutre 1 projetée dans le repère local (x,y,z)

Tronçon AD Sur ce tronçon, seuls les efforts aux bornes A sont pris en compte. Les équations d'équilibre donnent les efforts internes suivants :

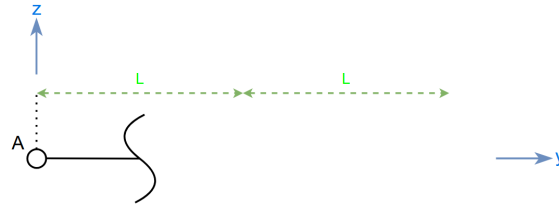


FIGURE 10 – Tronçon AD

$$\begin{aligned} N_y(y) + F_y^A &= 0 &\iff N_y(y) &= -F_y^A \\ T_z(y) + F_z^A &= 0 &\iff T_z(y) &= -F_z^A \\ M_{fx}(y) - F_z^A y &= 0 &\iff M_{fx}(y) &= F_z^A y \end{aligned} \quad \forall y \in [0; L]$$

Tronçon DE Ce tronçon prend en compte les efforts aux points A et D. On obtient :

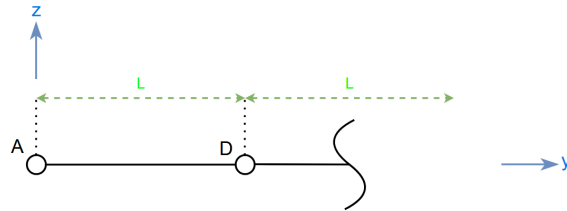


FIGURE 11 – Tronçon DE

$$\begin{aligned} N_y(y) + F_y^A + F_y^D &= 0 &\iff N_y(y) &= -F_y^A - F_y^D \\ T_z(y) + F_z^A + F_z^D &= 0 &\iff T_z(y) &= -F_z^A - F_z^D \\ M_{fx}(y) - F_z^A y - F_z^D (y - L) &= 0 &\iff M_{fx}(y) &= F_z^A y + F_z^D (y - L) \end{aligned} \quad \forall y \in [L; 2L]$$

b) Poutre 2 (BCDD')

Les efforts internes dans la poutre 2 sont déterminés en projetant les efforts extérieurs dans le repère local de la poutre, puis en appliquant les équilibres locaux. On distingue trois tronçons : BC, CD et DD'.

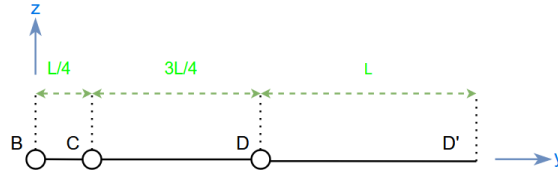


FIGURE 12 – Poutre 2 projetée dans le repère local (x,y,z)

Tronçon BC Ce premier tronçon, de longueur $\frac{L}{4}$, ne subit que les efforts appliqués en B. On obtient alors :

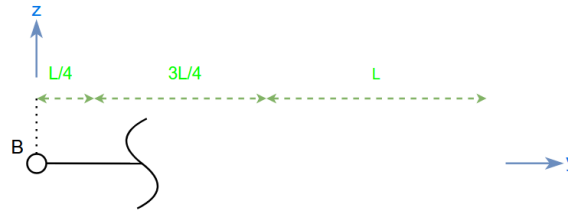


FIGURE 13 – Tronçon BC

$$\begin{aligned} N_y(y) + F_y^B &= 0 & \iff & N_y(y) = -F_y^B \\ T_z(y) + F_z^B &= 0 & \iff & T_z(y) = -F_z^B \\ M_{fx}(y) - F_z^B y &= 0 & \iff & M_{fx}(y) = F_z^B y \end{aligned} \quad \forall y \in \left[0; \frac{L}{4}\right]$$

Tronçon CD Dans ce tronçon de longueur $\frac{3L}{4}$, les efforts aux points B et C sont pris en compte. On a :

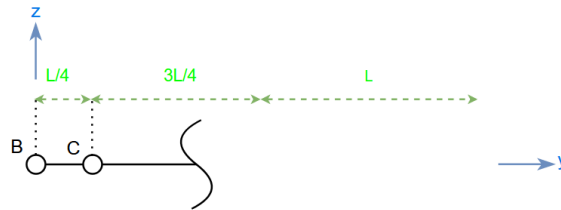


FIGURE 14 – Tronçon CD

$$\begin{aligned} N_y(y) + F_y^B + F_y^C &= 0 & \iff & N_y(y) = -F_y^B - F_y^C \\ T_z(y) + F_z^B + F_z^C &= 0 & \iff & T_z(y) = -F_z^B - F_z^C \\ M_{fx}(y) - F_z^B y - F_z^C \left(y - \frac{L}{4}\right) &= 0 & \iff & M_{fx}(y) = F_z^B y + F_z^C \left(y - \frac{L}{4}\right) \end{aligned} \quad \forall y \in \left[\frac{L}{4}; L\right]$$

Tronçon DD' Enfin, sur le tronçon $[L; 2L]$, les efforts des points B, C et D s'additionnent. Le moment prend alors la forme :

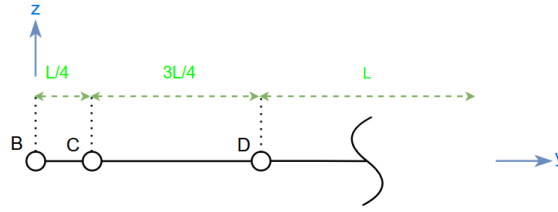


FIGURE 15 – Tronçon DD'

$$\begin{aligned} N_y(y) &= -F_y^B - F_y^C - F_y^D \\ T_z(y) &= -F_z^B - F_z^C - F_z^D \\ M_{fx}(y) &= F_z^B y + F_z^C \left(y - \frac{L}{4}\right) + F_z^D (y - L) \end{aligned} \quad \forall y \in [L; 2L]$$

2.1.5 Résolution numérique des efforts internes

Les expressions analytiques des efforts internes sont ensuite évaluées numériquement à l'aide du logiciel Excel. Cette étape permet de tracer les diagrammes $N_x(x)$, $T_y(x)$ et $M_{fz}(x)$ sur toute la longueur des poutres, en identifiant les valeurs maximales utilisées pour le dimensionnement.

Avec les formules déterminées précédemment on obtient le tableau suivant :

-	Position y (en mm)	Effort normal (en N)	Effort tranchant (en N)	Moment de flexion (en N.mm)
Tronçon AD	0,00	-4343,49	-3201,71	0,00
	5,00	-4343,49	-3201,71	16008,55
	10,00	-4343,49	-3201,71	32017,09
	15,00	-4343,49	-3201,71	48025,64
	20,00	-4343,49	-3201,71	64034,19
	25,00	-4343,49	-3201,71	80042,73
	30,00	-4343,49	-3201,71	96051,28
	35,00	-4343,49	-3201,71	112059,82
Tronçon DE	5,00	-4343,49	-3201,71	16008,55
	10,00	-3477,59	3200,93	962257,09
	15,00	-3477,59	3200,93	946252,42
	20,00	-3477,59	3200,93	930247,76
	25,00	-3477,59	3200,93	914243,09
	30,00	-3477,59	3200,93	898238,42
	35,00	-3477,59	3200,93	882233,75
	40,00	-3477,59	3200,93	866229,08
	45,00	-3477,59	3200,93	850224,41

FIGURE 16 – Tableau de valeurs (tronqué par souci de clarté) de la poutre ADE

-	position y (mm)	effort normal Ny (N)	effort tranchant Tz (N)	Moment de flexion Mfx (N.mm)
Tronçon BC	0,00	-4343,49	3201,71	0,00
	5,00	-4343,49	3201,71	-16008,55
	10,00	-4343,49	3201,71	-32017,09
	15,00	-4343,49	3201,71	-48025,64
	20,00	-4343,49	3201,71	-64034,19
Tronçon CD	38,75	-4343,49	3201,71	-112059,82
	40,00	-6372,98	-1066,66	-123042,37
	45,00	-6372,98	-1066,66	-117709,07
	50,00	-6372,98	-1066,66	-112375,78
Tronçon DD'	5,00	-6372,98	-1066,66	-160375,42
	10,00	-0,80	0,59	18,91
	15,00	-0,80	0,59	15,95
	20,00	-0,80	0,59	12,98
	25,00	-0,80	0,59	10,01
	30,00	-0,80	0,59	7,05

FIGURE 17 – Tableau de valeurs (tronqué par souci de clarté) de la poutre BCD

Ainsi, on peut tracer les différents efforts N_y et T_z ainsi que le moment de flexion M_{fx} pour les deux poutres :

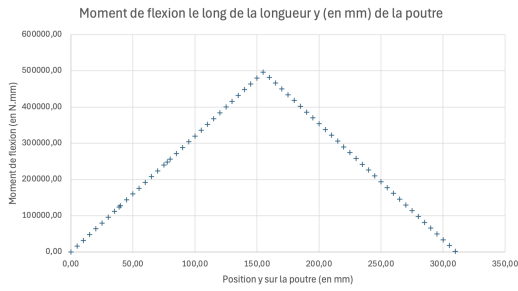


FIGURE 18 – Tracé du moment de flexion le long de la longueur y de la poutre ADE

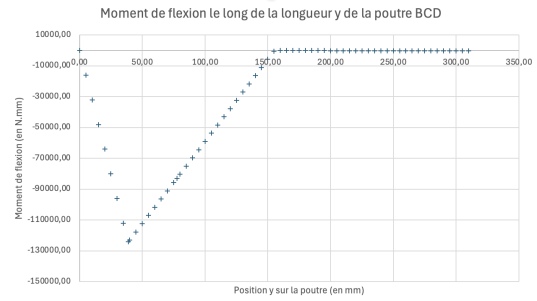


FIGURE 19 – Tracé du moment de flexion le long de la longueur y de la poutre BCD

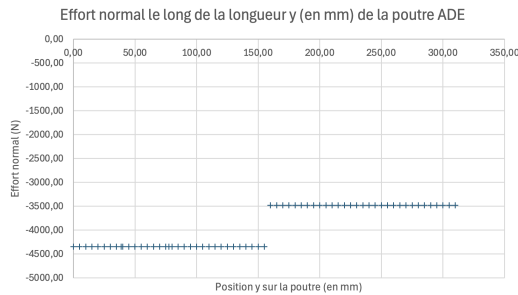


FIGURE 20 – Tracé de l'effort normal le long de la longueur y de la poutre ADE

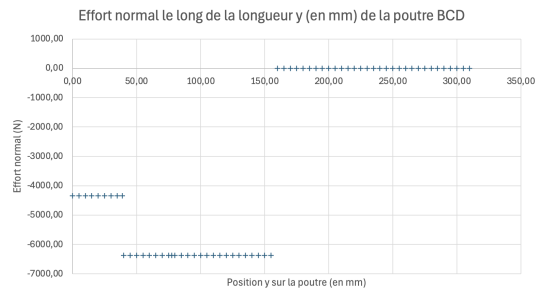


FIGURE 21 – Tracé de l'effort normal le long de la longueur y de la poutre BCD

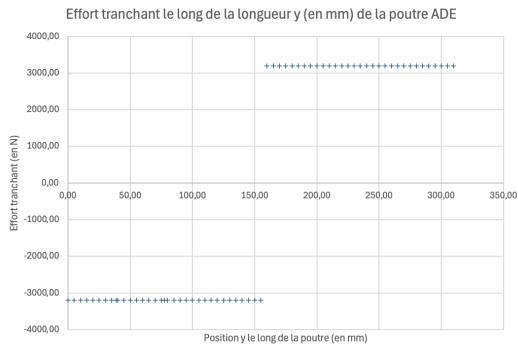


FIGURE 22 – Tracé de l'effort tranchant le long de la longueur y de la poutre ADE

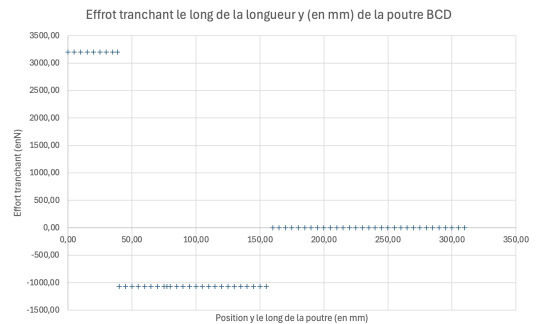


FIGURE 23 – Tracé de l'effort tranchant le long de la longueur y de la poutre BCD

On détermine, ainsi, la valeur maximale absolue pour chacun des efforts. Ils sont rassemblés dans les deux tableaux ci-dessous.

Max Normal (en N)	Max Tranchant (en N)	Max Flexion (en N.mm)
4343,49	3201,71	496264,94

FIGURE 24 – Valeurs maximales pour la poutre ADE

Max Normal (en N)	Max Tranchant (en N)	Max Flexion (en N.mm)
6372,98	3201,71	124066,23

FIGURE 25 – Valeurs maximales pour la poutre BCD

Le moment fléchissant maximal absolu de la poutre 1 ($M_{fx1} = 4,96 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{mm}$) est environ quatre fois plus élevé que celui de la poutre 2 ($M_{fx2} = 1,24 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{mm}$), de sorte que dimensionner la section sur la base de la poutre 1 garantit la tenue mécanique de la poutre 2, tout en l'uniformisant les profils.

2.1.6 Vérification du critère d'élasticité

Le matériau retenu pour cette étude est une **fonte de fer ductile**, également appelée *fonte nodulaire* (cf. Annexe : Granta EduPack). Ce matériau présente l'avantage d'avoir une **bonne résistance à la traction** tout en conservant une **certaine ductilité**, contrairement aux fontes grises classiques. Il est couramment utilisé pour des pièces mécaniques soumises à des efforts importants tout en permettant un coût de production relativement faible par moulage.

Les poutres 1 et 2 sont modélisées par des éléments droits soumis à la flexion. Le choix sera motivé par :

- la simplicité géométrique pour le moulage,
- l'encombrement de la poutre,
- le respect du critère d'élasticité,
- la masse et le prix de la poutre.

La vérification du critère d'élasticité est effectuée à l'aide de la contrainte de flexion maximale, comparée à la contrainte admissible du matériau :

$$|\sigma(y, z)| = \left| \frac{N_y(y)}{S} - \frac{M_{fx}(y) \cdot z}{I_{xx}} \right| \leq \frac{R_{e, \text{fonte}}}{s}, \quad \forall (y, z)$$

avec :

- $R_{e, \text{fonte}} \approx 380 \text{ MPa}$ pour une fonte nodulaire standard (cf. Annexe : Granta EduPack),
- $s = 1,25$ le coefficient de sécurité.

Ainsi, la contrainte admissible est :

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{380}{1,25} = 304 \text{ MPa}$$

Il convient de comparer deux géométries de section qui, de prime abord, apparaissent cohérentes au regard des contraintes mécaniques, afin de déterminer laquelle constitue le choix le plus pertinent. Cette comparaison s'appuie notamment sur les contraintes maximales induites, les aires de section (donc la masse), ainsi que les aspects de fabrication et d'intégration dans le système.

a) Section rectangulaire Pour une section rectangulaire pleine de largeur b et de hauteur h , on a :

$$S = b \cdot h, \quad I_{xx} = \frac{bh^3}{12}$$

Afin de garantir la tenue mécanique de la poutre, il est nécessaire que la contrainte maximale reste inférieure à la contrainte admissible :

$$\sigma_{\text{max}} = \left| \frac{N_y(y)}{bh} - \frac{M_{fx}(y) \cdot \left(\frac{h}{2}\right)}{\frac{bh^3}{12}} \right|$$

Ce qui se simplifie en :

$$\sigma_{\text{max}} = \left| \frac{N_y(y)}{bh} - \frac{6M_{fx}(y)}{bh^2} \right|$$

Le choix des dimensions b et h sera guidé par la vérification du critère d'élasticité avec un facteur de sécurité de $s = 1,25$, tout en prenant en compte les contraintes de fabrication, l'encombrement global du système et un objectif de réduction de masse sans compromettre la sécurité structurelle.

Nous essayons donc des dimensions de b et de h , en cohérence avec les contraintes d'encombrement, de fabrication par moulage et de perçage pour les articulations. Le critère d'élasticité est ensuite évalué pour chacun de ces couples afin d'identifier une géométrie valide satisfaisant les contraintes mécaniques tout en minimisant la masse.

Pour ce faire, nous utilisons un script Python permettant de tracer la contrainte maximale σ_{\max} en fonction de la hauteur h , pour différentes valeurs de largeur b .

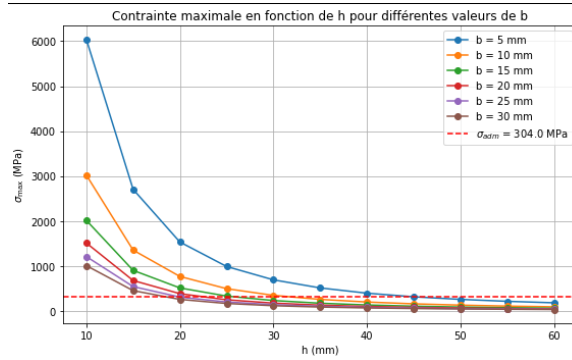


FIGURE 26 – (i) Poutre 1

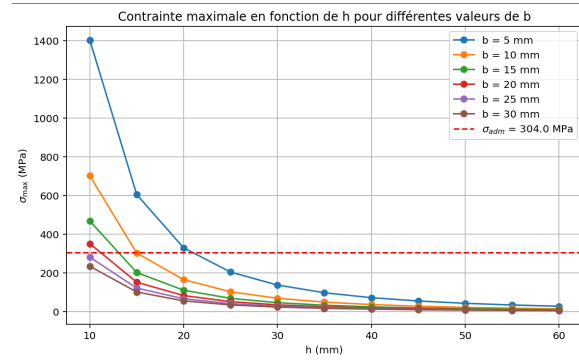


FIGURE 27 – (ii) Poutre 2

FIGURE 28 – Évolution de la contrainte maximale σ_{\max} en fonction de la hauteur h pour différentes valeurs de largeur b , pour les poutres 1 et 2.

Chaque point situé au-dessus de la ligne pointillée représentant la contrainte admissible σ_{adm} correspond à un couple (b, h) qui ne satisfait pas le critère $\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}}$. Les couples de valeurs admissibles sont donc ceux placés sous cette ligne. Parmi ces couples valides, plus un point est bas sur le graphique, plus la contrainte maximale associée est faible. Nous chercherons ainsi à identifier, parmi ces solutions admissibles, celles qui permettent de minimiser l'encombrement global de la section, tout en garantissant la tenue mécanique.

i) Poutre 1 : Section rectangulaire

La poutre 1 étant soumise à un **moment fléchissant plus élevé** que la poutre 2, elle constitue le **cas dimensionnant** du système. Le choix du couple (b, h) optimal est donc réalisé en priorité pour cette poutre, puis validé a posteriori pour la poutre 2.

Au vu des résultats obtenus, le couple de dimensions $b = 10 \text{ mm}$, $h = 35 \text{ mm}$ a été retenu. Il satisfait le critère d'élasticité $\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}}$, avec une contrainte maximale calculée de $255,5 \text{ MPa}$, inférieure à la contrainte admissible de 304 MPa .

Ce choix permet de **limiter l'encombrement** tout en assurant une tenue mécanique fiable dans la configuration critique. L'aire de la section correspondante est $S = 350 \text{ mm}^2$, ce qui reste modéré et compatible avec les contraintes d'intégration.

ii) Poutre 2 : Section rectangulaire

Le couple de dimensions $b = 10 \text{ mm}$, $h = 35 \text{ mm}$, retenu pour la poutre 1, a été réévalué pour la poutre 2. Il conduit à une contrainte maximale de $48,4 \text{ MPa}$, soit **largement inférieure à la limite admissible**.

Ce couple **respecte donc également le critère** pour la poutre 2, ce qui permet d'**uniformiser les sections** et de **simplifier la fabrication** et l'assemblage. Bien que légèrement plus encombrante qu'une solution minimale, cette configuration unique présente un excellent compromis entre performance mécanique, compacité et faisabilité industrielle.

Comparons à présent cette solution avec une section circulaire pleine, soumise aux mêmes sollicitations, afin d'évaluer sa pertinence au regard des critères mécaniques et géométriques.

b) Section cylindrique pleine

Pour une section circulaire pleine de rayon R , les grandeurs géométriques classiques sont :

$$S = \pi R^2, \quad I_{xx} = \frac{\pi R^4}{4}$$

La contrainte maximale en flexion combinée avec un effort axial s'écrit alors :

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_y}{\pi R^2} - \frac{M_{fx} \cdot R}{\frac{\pi R^4}{4}} \right|$$

Ce qui se simplifie en :

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_y}{\pi R^2} - \frac{4M_{fx}}{\pi R^3} \right|$$

Le raisonnement suivi pour la section rectangulaire est ici appliqué à une section cylindrique pleine. Le rayon R est choisi de manière à satisfaire le critère d'élasticité avec un facteur de sécurité $s = 1,25$, tout en respectant les contraintes de moulage et de compacité. Un script Python permet de visualiser la contrainte maximale σ_{\max} en fonction du rayon R et d'identifier le rayon minimal admissible.

Afin de visualiser ces résultats, un script Python a été utilisé pour tracer la contrainte maximale σ_{\max} en fonction du rayon R .

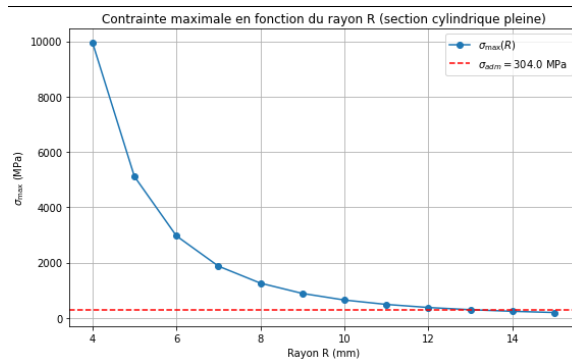


FIGURE 29 – (i) Poutre 1

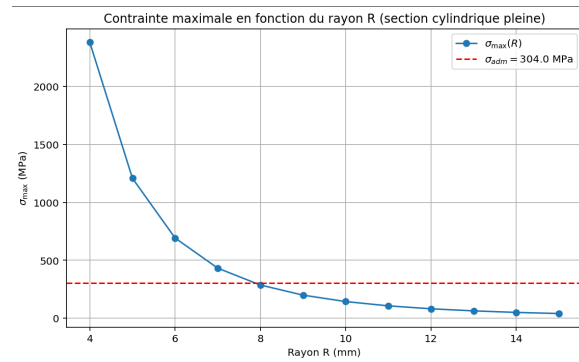


FIGURE 30 – (ii) Poutre 2

FIGURE 31 – Évolution de la contrainte maximale σ_{\max} en fonction du rayon R pour les poutres 1 et 2. La ligne pointillée rouge représente la contrainte admissible σ_{adm} .

Sur ce graphique, les points situés au-dessus de la droite pointillée représentant la contrainte admissible σ_{adm} correspondent à des rayons qui ne satisfont pas le critère $\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}}$. Les rayons admissibles sont donc ceux situés sous cette ligne.

Parmi ces valeurs admissibles, plus la courbe est basse, plus la contrainte est réduite. Le rayon optimal sera choisi pour minimiser l'encombrement tout en respectant la contrainte admissible.

i) Poutre 1 et 2 : choix de la section optimale

Pour dimensionner une section commune aux deux poutres, le cas le plus contraignant (la poutre 1) a été pris en référence. Un couple $b = 10 \text{ mm}$, $h = 35 \text{ mm}$ a été retenu, permettant de satisfaire le critère d'élasticité pour les deux poutres avec une bonne compacité.

Afin de mieux situer cette solution, elle est comparée ci-dessous à une section cylindrique équivalente.

Critère	Section rectangulaire ($b = 10 \text{ mm}$, $h = 35 \text{ mm}$)	Section circulaire ($R = 14 \text{ mm}$)
Contrainte max. Poutre 1	255,5 MPa	237,3 MPa
Contrainte max. Poutre 2	48,4 MPa	50,51 MPa
Aire de section S	350 mm ²	$\approx 615,8 \text{ mm}^2$
Moment d'inertie I_{xx}	$\frac{bh^3}{12} = 3583 \text{ mm}^4$	$\approx 30172 \text{ mm}^4$
Encombrement vertical	35 mm	28 mm (diamètre)
Facilité de perçage	Très bonne	Moyenne
Facilité de moulage	Très bonne	Très bonne
Masse (proportionnelle à S)	Modérée	Elevée

TABLE 1 – Comparaison entre une section rectangulaire commune aux poutres 1 et 2 et une section circulaire de rayon $R = 14 \text{ mm}$

Bien que les deux sections permettent de respecter le critère d'élasticité, la section rectangulaire commune offre une meilleure compacité et une masse réduite. Elle est également plus simple à percer et à intégrer dans un assemblage mécanique. Elle constitue donc un choix plus rationnel pour le système étudié, en assurant à la fois performance, légèreté et simplicité de fabrication.

Le profil rectangulaire de section $b = 10 \text{ mm}$, $h = 35 \text{ mm}$ est retenu comme solution optimale.

Il permet de satisfaire les exigences mécaniques tout en minimisant la masse, l'encombrement et les coûts de fabrication, ce qui en fait un choix rationnel pour la conception du système étudié.

2.2 Dimensionnement des axes d'articulation

2.2.1 Rappel des efforts aux liaisons

Les axes d'articulation assurent la transmission des efforts mécaniques entre les différentes pièces du système. Afin de garantir leur tenue mécanique, ils doivent être dimensionnés de manière à résister aux contraintes de cisaillement engendrées par les efforts aux liaisons, tout en respectant un critère d'élasticité avec un facteur de sécurité minimal de 1,25 et en respectant les dimensions des poutres. Cette section rappelle les efforts transmis aux points A, B, C, D et E dans la configuration critique, ainsi que le nombre de sections cisillées à considérer pour chaque liaison.

Les efforts mécaniques appliqués aux points A, B, C, D et E des poutres 1 et 2 sont rappelés ci-dessous :

efforts sur la pièce 1 dans la configuration critique (unités: N, mm)							
effort de 0/1 au point A				effort de 2/1 au point D			
X=	-	M _x =	0	X=	-	M _x =	0
Y=	0	M _y =	-	Y=	4640	M _y =	-
Z=	5396	M _z =	-	Z=	-4496	M _z =	-
efforts sur la pièce 2 dans la configuration critique (unités: N, mm)							
effort de 6/2 au point B				effort de 5/2 au point C			
X=	-	M _x =	0	X=	-	M _x =	0
Y=	0	M _y =	-	Y=	4640	M _y =	-
Z=	-5396	M _z =	-	Z=	899	M _z =	-
effort de 1/2 au point D							
X=	-	M _x =	0	X=	-	M _x =	0
Y=	-4640	M _y =	-	Y=	-4640	M _y =	-
Z=	4496	M _z =	-	Z=	4496	M _z =	-

FIGURE 32 – Rappel des efforts mécaniques appliqués aux différents points des poutres 1 et 2

2.2.2 Choix du matériau des axes d'articulation

Le matériau sélectionné pour les axes d'articulation est un **acier C45**. Ce choix est justifié par plusieurs critères techniques et industriels :

- **Bonne résistance mécanique** : avec une limite d'élasticité typique de l'ordre de 330–370 MPa.
- **Bonne usinabilité** : le C45 se travaille facilement par tournage ou perçage, ce qui est crucial pour des axes de petit diamètre, devant s'insérer dans des logements précis.
- **Bon compromis coût/performance** : moins coûteux que des aciers alliés plus performants, il reste largement suffisant pour des sollicitations de liaison comme celles rencontrées dans notre système.

Ainsi, l'acier C45 garantit à la fois la sécurité mécanique, la faisabilité d'usinage et la maîtrise des coûts de fabrication, ce qui en fait une solution rationnelle et robuste pour les axes du cric.

2.2.3 Détermination du nombre de sections cisillées

La détermination du nombre de sections cisillées a été réalisée à l'aide de la méthode illustrée ci-dessous :

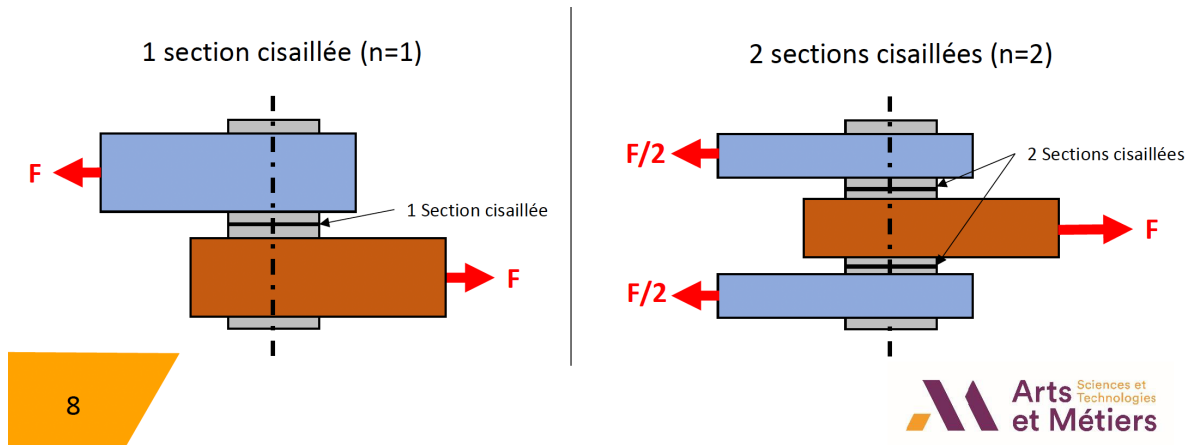


FIGURE 33 – Méthode permettant de déterminer le nombre de sections cisillées

En appliquant cette méthode au montage étudié, on trouve qu'au **point D**, l'axe ne traverse qu'un seul plan de cisaillement. On considère donc qu'il y a une seule section cisillée en ce point.

2.2.4 Détermination de la section

On peut définir la contrainte de cisaillement totale au point D par :

$$\tau_{eq}(D) = \sqrt{\tau_Y^2(D) + \tau_Z^2(D)}.$$

La contrainte de cisaillement équivalente au point D s'écrit alors :

$$\tau_{eq}(D) = \sqrt{\left(\frac{F_Y}{n_Y S}\right)^2 + \left(\frac{F_Z}{n_Z S}\right)^2},$$

où F_Y et F_Z sont les composantes d'effort tranchant dans les directions Y et Z , n_i le nombre de sections cisillées, et $S = \frac{\pi d^2}{4}$ l'aire de la section de l'axe.

On a que :

$$\sqrt{\left(\frac{F_Y}{n_Y S}\right)^2 + \left(\frac{F_Z}{n_Z S}\right)^2} < \frac{\tau_e}{s}$$

Or, $n_y = n_z = 1$; $F_Y = 4640N$; $F_Z = 4496$; $s = 1,25$; $\tau_e = \frac{Re}{\sqrt{3}} = 190,53MPa$

Ainsi,

$$S > \frac{1,25 \times \sqrt{4640^2 + 4496^2}}{190,53} = 42,39mm^2$$

On peut maintenant en déduire le diamètre minimum :

$$d = 2 \times \sqrt{\frac{S}{\pi}} \approx 7,35mm$$

2.2.5 Choix du diamètre et du matériau

Déterminer le diamètre minimal garantissant la tenue en cisaillement et en flexion éventuelle, puis sélectionner un matériau adapté avec un facteur de sécurité 1,25.

D'après la partie précédente, il nous faut un diamètre inférieur à 10mm afin de pouvoir insérer les axes dans les poutres mais supérieur à 7,35mm afin de pouvoir résister aux contraintes de cisaillement. On choisit donc un diamètre de $\boxed{8mm}$.

3 Conclusion

L'objectif principal de ce pré-dimensionnement était de garantir la tenue mécanique du cric dans sa configuration critique. Pour cela, une analyse complète des sollicitations internes a été réalisée à partir des projections des efforts extérieurs, suivie du calcul des contraintes mécaniques et du choix de géométries adaptées.

La comparaison entre plusieurs formes de sections a permis de justifier le choix d'un profil **rectangulaire commun aux deux poutres**, de dimensions :

$$b = 10 \text{ mm} \quad \text{et} \quad h = 35 \text{ mm}.$$

Cette section permet de respecter le critère d'élasticité avec un facteur de sécurité de $s = 1,25$, en limitant à la fois la masse, l'encombrement et la complexité de fabrication. La contrainte maximale atteinte dans la configuration critique est de :

$$\sigma_{\max} = 255,5 \text{ MPa} < \sigma_{\text{adm}} = 304 \text{ MPa}.$$

Du côté des **axes d'articulation**, une étude en cisaillement a montré qu'un diamètre minimal de :

$$d_{\min} = 7,35 \text{ mm}$$

était nécessaire pour garantir la tenue mécanique. Un diamètre standardisé de :

$$d = 8 \text{ mm}$$

a été retenu, offrant une solution à la fois sûre et compatible avec la largeur des poutres. Le matériau sélectionné est un **acier C45**, assurant une bonne usinabilité et une résistance suffisante pour les contraintes de liaison.

En conclusion, les solutions retenues respectent les objectifs initiaux de sécurité, de compacité et de faisabilité industrielle. Pour de futurs développements, il serait pertinent d'envisager une optimisation topologique, une analyse de fatigue ou une validation par éléments finis pour affiner davantage la conception.

4 Bibliographie

Granta EduPack (2024 R1). *Material Selection Charts and Engineering Database*. Ansys Ltd. Consulté pour les propriétés mécaniques de la fonte nodulaire (EN-GJS-400-15).

A Annexes

A.1 Extrait du Cahier Des Charges Fonctionnel

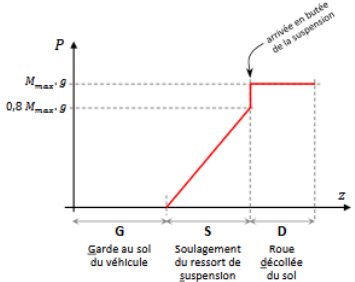
Fonctions	Critères	Niveaux	Flexibilité
FP□ : Soulever une partie de la voiture pour décoller la roue du sol.	<ul style="list-style-type: none"> - Masse maximale à soulever (cela ne représente pas la masse totale du véhicule) - Longueur de soulèvement du ressort de suspension - Hauteur de décollement de la roue par rapport au sol <p>Compte tenu du débattement du ressort de la suspension du véhicule, la force de levage \vec{P} varie en fonction de z. De plus, le ressort de suspension est pré-contraint, c'est-à-dire que lorsque la suspension est soulagée (roue décollée du sol) le ressort n'est pas arrivé à sa longueur à vide ; il est alors bloqué par une butée de fin de course de l'amortisseur qui est monté en parallèle. Ceci a pour effet une variation brutale de la force sur le cric qui est considérée égale à 20% du poids total appliqué sur le cric lorsque la roue est décollée :</p> 	$M_{max} = 550$ kg $S = 60$ mm $D = 50$ mm	+0 -10 kg ±1 mm +0 +10 mm
FC□ : Pouvoir se glisser entre le sol et le bas de caisse du véhicule à l'état replié.	<ul style="list-style-type: none"> - Garde au sol du véhicule 	$G = 190$ mm	+0 +10 mm

FIGURE 34 – Extrait du Cahier Des Charges Fonctionnel

A.2 Extrait de Granta EduPack (2024 R1) sur la fonte de fer ductile (nodulaire)

Description

Le matériau dans un produit



Légende de l'illustration

1. Vilebrequin en fonte, en utilisant le moulage au sable. © Georg Fischer Automotive AG - (CC BY-SA 3.0) 2. On utilise la fonte de fer ductile ou malléable pour des pièces soumises à des charges importantes comme les engrenages et les pièces de suspension automobile. © ANSYS, Inc.

Composition (résumé) ⓘ

Fe/3,2-4,1%C/1,8-2,8%Si/<0,8%Mn/<0,1%P/<0,03%S

Le Matériau

Les fondations de la société industrielle moderne sont, pour ainsi dire, coulées dans la fonte : c'est le matériau qui a rendu possible la révolution industrielle. Aujourd'hui, il détient une seconde distinction : celle d'être le meilleur marché de tous les métaux d'ingénierie. Les fontes de fer contiennent au minimum 2 % de carbone - la plupart en contiennent 3 à 4 % - et de 1 à 3 % de silicium. Le carbone rend le fer très fluide lorsqu'il est fondu, lui permettant d'être coulé dans des formes compliquées.

Il y a cinq classes de fonte de fer : la grise, la blanche, la ductile (ou nodulaire), la malléable et les alliages ; Les détails sont donnés dans la section Guide de Conception. ci-dessous. Les deux types de fontes qui sont les plus utilisées sont la prise

FIGURE 35 – Extrait Granta EduPack (2024 R1). : de la description sur la fonte de fer ductile (nodulaire)

Propriétés générales

Masse Volumique	ⓘ	7,05e3	-	7,15e3	kg/m ³
Prix	ⓘ	* 0,369	-	0,536	EUR/kg
Date de première utilisation	ⓘ	1948			

Propriétés mécaniques

Module de Young	ⓘ	170	-	180	GPa
Module de cisaillement	ⓘ	64	-	71	GPa
Module de compressibilité	ⓘ	120	-	140	GPa
Coefficient de Poisson	ⓘ	0,27	-	0,28	
Limite d'élasticité	ⓘ	246	-	630	MPa
Résistance en traction	ⓘ	400	-	900	MPa
Résistance à la compression	ⓘ	* 273	-	639	MPa
Allongement	ⓘ	2	-	26	% strain
Mesure de dureté Vickers	ⓘ	135	-	290	HV
Limite de fatigue	ⓘ	195	-	317	MPa
Ténacité	ⓘ	23,3	-	51,6	MPa.m ^{0,5}
Coefficient d'amortissement (tan delta)	ⓘ	* 6e-4	-	0,0018	

Propriétés thermiques

Température de fusion	ⓘ	1,13e3	-	1,25e3	°C
Température maximale d'utilisation	ⓘ	350	-	450	°C
Température minimale d'utilisation	ⓘ	* -69,2	-	-0,15	°C
Conducteur ou isolant thermique?	ⓘ	Bon conducteur			
Conductivité thermique	ⓘ	* 31	-	42	W/m.°C
Chaleur spécifique	ⓘ	460	-	495	J/kg.°C
Coefficient de dilatation	ⓘ	10	-	12,5	µstrain/°C

FIGURE 36 – Extrait Granta EduPack (2024 R1). : des propriétés de la fonte de fer ductile (nodulaire)

A.3 Codes Python

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

Ny = -4343.49
Mfx = -124066.23
Re = 380
s = 1.25
sigma_adm = Re / s

valeurs_de_b = np.arange(5, 31, 5)
valeurs_de_h = np.arange(10, 61, 5)

def sigma_max(Ny, Mfx, b, h):
    return abs(Ny / (b * h) - (6 * Mfx) / (b * h**2)) # MPa

valeurs_de_sigma = np.empty((len(valeurs_de_b), len(valeurs_de_h)))

for i, b in enumerate(valeurs_de_b):
    for j, h in enumerate(valeurs_de_h):
        sigma = sigma_max(Ny, Mfx, b, h)
        valeurs_de_sigma[i, j] = np.round(sigma, 1)

plt.figure(figsize=(8, 5))
for i, b in enumerate(valeurs_de_b):
    plt.plot(valeurs_de_h, valeurs_de_sigma[i, :], marker='o', label=f"b = {b} mm")

plt.axhline(sigma_adm, color='red', linestyle='--', label=f"$\\sigma_{{adm}}$ = {sigma_adm:.1f} MPa")
plt.xlabel("h (mm)")
plt.ylabel(r"$\\sigma_{{max}}$ (MPa)")
plt.title("Contrainte maximale en fonction de h pour différentes valeurs de b")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.tight_layout()
plt.show()
```

FIGURE 37 – Script section rectangulaire

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

Ny = -4343.49
Mfx = -124066.23
Re = 380
s = 1.25
sigma_adm = Re / s

def sigma_cylindrique(Ny, Mfx, R):
    S = np.pi * R**2
    I = (np.pi * R**4) / 4
    return abs(Ny / S - Mfx * R / I)

valeurs_de_R = np.arange(4, 16, 1)
valeurs_de_sigma = [sigma_cylindrique(Ny, Mfx, R) for R in valeurs_de_R]

plt.figure(figsize=(8, 5))
plt.plot(valeurs_de_R, valeurs_de_sigma, marker='o', label=r"$\\sigma_{{max}}(R)$")
plt.axhline(sigma_adm, color='red', linestyle='--', label=f"$\\sigma_{{adm}}$ = {sigma_adm:.1f}~\\mathrm{{MPa}}$")
plt.xlabel("Rayon R (mm)")
plt.ylabel(r"$\\sigma_{{max}}$ (MPa)")
plt.title("Contrainte maximale en fonction du rayon R (section cylindrique pleine)")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.tight_layout()
plt.show()

for R, sigma in zip(valeurs_de_R, valeurs_de_sigma):
    if sigma <= sigma_adm:
        print(f" Rayon minimal admissible : R = {R} mm - σ = {sigma:.2f} MPa")
        break
```

FIGURE 38 – Script section circulaire

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS METZ

COPRE

COPI : CONCEPTION PRÉLIMINAIRE

Rendu 5

Élèves :

Killian Crenn
Thibault Halperin

Enseignant :

Cyrille BAUDOUIN
Marc BORSENBURGER
Denis MATHEIS
Paul STIEF



Mise en contexte et objectifs

Introduction

Ce document présente la conception d'un mécanisme de levage articulé basé sur une transmission par vis. Le système étudié repose sur une architecture simple et compacte, facilitant son intégration dans un environnement contraint. L'ensemble est constitué de plusieurs pièces modélisées en trois dimensions et assemblées à l'aide de liaisons mécaniques définies avec rigueur. La modélisation vise à représenter avec précision le comportement cinématique du mécanisme, notamment en vérifiant sa mobilité entre les configurations extrêmes de fonctionnement.

Objectifs

Les objectifs principaux de cette séquence sont les suivants :

- **Définir l'architecture mécanique** du cric par une démarche structurée de choix de solutions technologiques pour chaque liaison, incluant des croquis, une analyse de la valeur et une justification des choix retenus.
- **Modéliser l'ensemble du mécanisme en CAO (CATIA)** de manière rigoureuse : chaque pièce est modélisée selon ses contraintes fonctionnelles, les assemblages sont paramétrés et les mouvements validés sous contraintes géométriques.
- **Communiquer à l'aide du dessin technique** : une mise en plan 2D de l'ensemble du mécanisme est réalisée, intégrant les vues principales, les coupes nécessaires et les annotations normées assurant une lecture fonctionnelle et industrielle du système.

Ce rapport présente ainsi l'ensemble des étapes suivies, depuis la synthèse des choix architecturaux jusqu'à la réalisation complète du modèle 3D, en intégrant les contraintes techniques, normatives et manufacturières du cahier des charges client.

Table des matières

1	Choix d'architecture des liaisons	1
1.1	Liaison pivot	1
1.1.1	Diagramme bête à corne	1
1.1.2	Phase cycle de vie : Utilisation	1
1.1.3	Diagrammes SysML et fonctions contraintes	2
1.1.4	Hierarchisation des critères	4
1.1.5	Diagramme SADT	4
1.1.6	Diagramme FAST	5
1.1.7	Recherche de solutions technologiques	5
1.1.8	Différentes solutions	7
1.1.9	Tableau d'évaluation	7
1.2	Liaison hélicoïdale	9
2	Choix d'architecture des pièces	9
2.0.1	Poutre 2	9
2.0.2	Poutre 1	10
2.0.3	Guide de rotation	10
2.0.4	Vis	11
2.0.5	Guide de vis	11
2.0.6	Manivelle	12
2.0.7	Tête de manivelle	12
2.0.8	Axe d'articulation	13
2.0.9	Tête de cric	13
2.0.10	Encombrement cric replié	14
3	Conclusion générale	15

1 Choix d'architecture des liaisons

Dans le cadre de la conception du cric, deux types de liaisons mécaniques ont été identifiés : les liaisons pivots, majoritaires, et une liaison hélicoïdale. Cette section se concentre sur le choix d'une architecture adaptée, en suivant une démarche rigoureuse fondée sur l'analyse fonctionnelle, la recherche de solutions technologiques et l'évaluation multicritère.

1.1 Liaison pivot

La démarche de sélection des liaisons pivots sera structurée de manière à distinguer clairement les cas d'application. Ainsi, l'analyse sera conduite séparément pour les liaisons entre les deux poutres, celles entre la vis et le guide de rotation, ainsi que celles entre la vis et le guide de vis. Cette segmentation permet de mieux adapter les solutions technologiques aux sollicitations et fonctions spécifiques de chaque sous-ensemble du mécanisme.

L'analyse fonctionnelle débute par une formalisation des besoins à l'aide des outils classiques de conception. Ceux-ci permettent de clarifier les fonctions attendues et les contraintes associées à la liaison pivot.

1.1.1 Diagramme bête à corne

La figure suivante représente le diagramme bête à corne du système. Il exprime le besoin fondamental auquel doit répondre la liaison pivot dans le mécanisme :

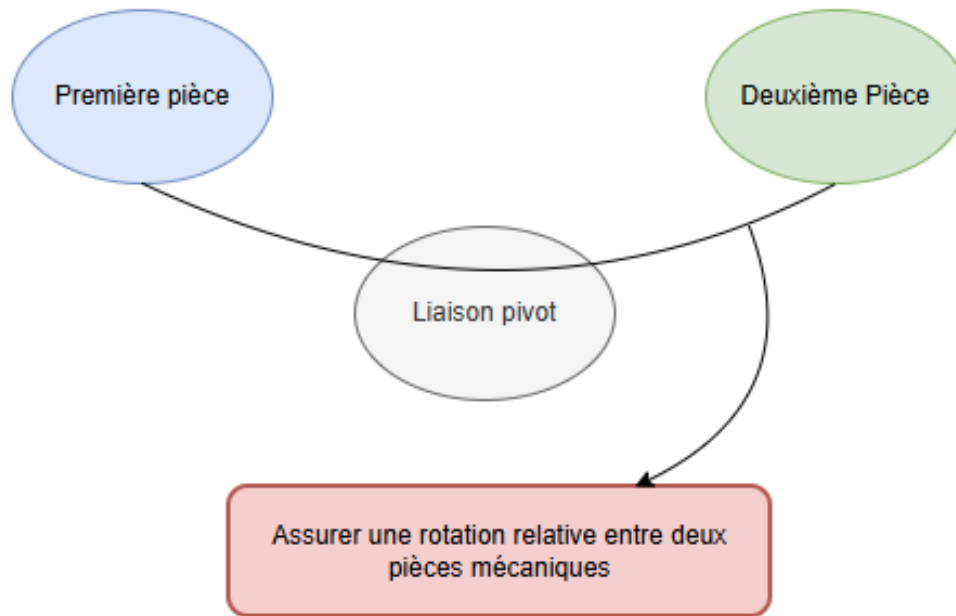


FIGURE 1 – Diagramme bête à corne de la liaison pivot

1.1.2 Phase cycle de vie : Utilisation

Dans la continuité de cette approche, le diagramme pieuvre ci-dessous permet d'identifier les interactions entre la fonction de liaison pivot et son environnement au cours de la phase d'utilisation du système.

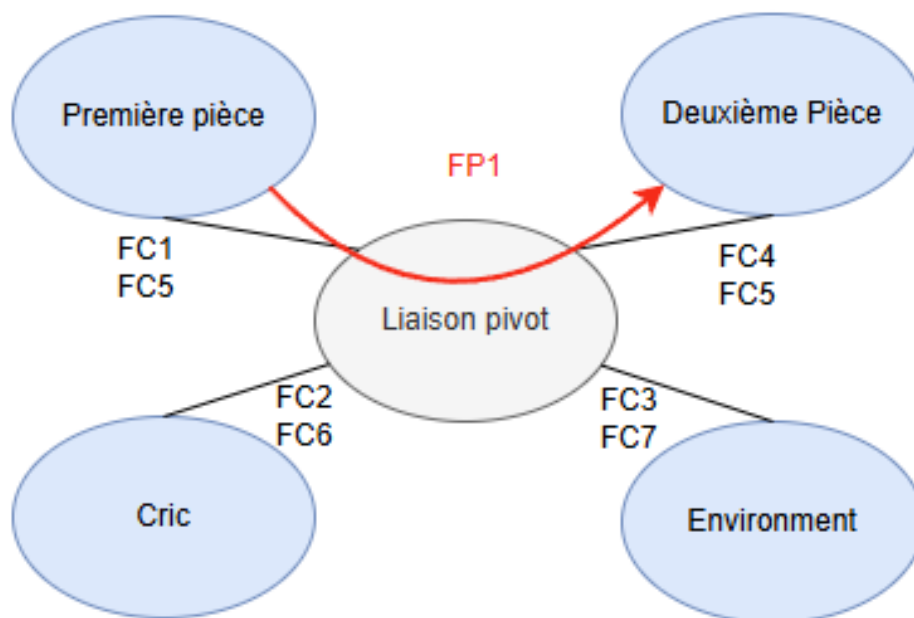


FIGURE 2 – Diagramme pivot en phase normale d'utilisation

Le tableau suivant synthétise les fonctions principales et contraintes fonctionnelles identifiées à partir de cette analyse :

Référence	Fonction ou contrainte
FP1	Assurer une rotation relative entre deux composants du mécanisme
FC1	Permettre la rotation de la pièce 1 autour de son axe
FC2	Garantir la transmission fiable du mouvement mécanique global
FC3	Résister aux agressions extérieures telles que l'humidité ou la poussière
FC4	Permettre la rotation de la pièce 2 autour de son axe
FC5	Autoriser un débattement angulaire important entre les pièces
FC6	Supporter les charges appliquées lors de l'utilisation du cric pour garantir la sécurité de l'utilisateur
FC7	Nécessiter un entretien minimal sur toute la durée de vie et ne pas être trop encombrante

TABLE 1 – Fonctions et contraintes associées à la liaison pivot du cric

1.1.3 Diagrammes SysML et fonctions contraintes

À partir des éléments précédents, un diagramme SysML est établi pour structurer les exigences fonctionnelles et techniques de la liaison pivot.

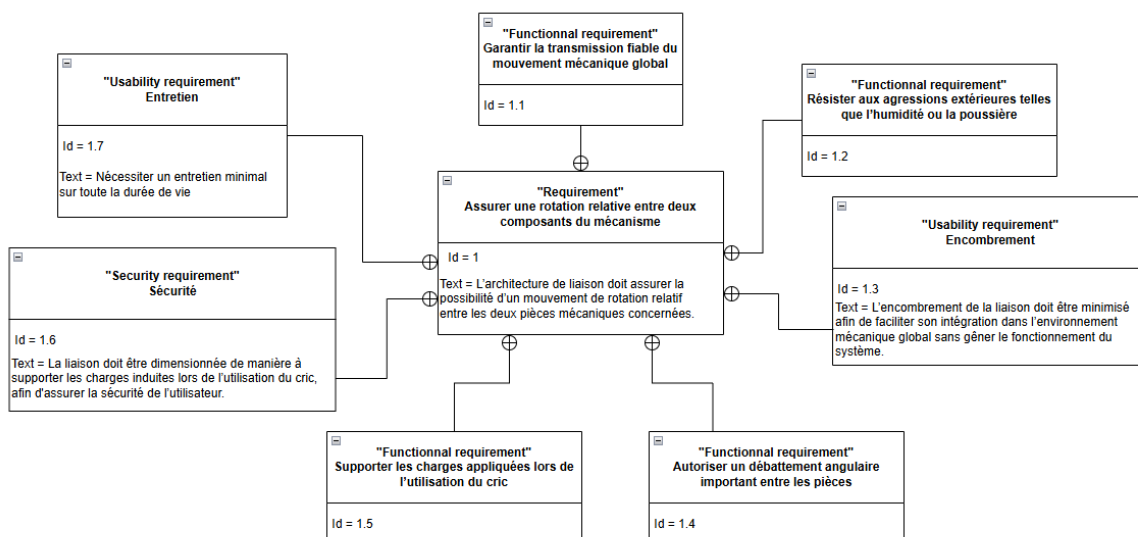


FIGURE 3 – Diagramme SysML de la liaison pivot

Le tableau ci-après reformule ces exigences selon une logique de cahier des charges, en utilisant un verbe à l'infinitif pour chaque fonction :

Référence	Exigence formulée
FP1	Permettre un mouvement de rotation relatif entre les deux pièces mécaniques concernées
Cr1	Autoriser un débattement angulaire important entre les pièces
Cr2	Limiter l'encombrement de la liaison afin de faciliter son intégration dans l'environnement mécanique sans perturber le fonctionnement global du système
Cr3	Garantir la transmission fiable du mouvement mécanique global
Cr4	Résister aux agressions extérieures telles que l'humidité ou la poussière
Cr5	Supporter les charges induites lors de l'utilisation du cric afin d'assurer la sécurité de l'utilisateur
Cr6	Minimiser les besoins d'entretien sur toute la durée de vie du mécanisme

TABLE 2 – Exigences fonctionnelles traduites en langage de cahier des charges

1.1.4 Hiérarchisation des critères

Une fois les exigences identifiées, il est essentiel de hiérarchiser les critères d'appréciation associés. La figure suivante illustre cette hiérarchisation, qui servira de base pour l'analyse de la valeur dans la suite de l'étude :

	Cr1	Cr2	Cr3	Cr4	Cr5	Cr6	Pts	%
FP1	FP1 3	FP1 3	FP1 3	FP1 3	FP1 3	FP1 3	18	34
	Cr1	Cr1 2	Cr3 2	Cr1 3	Cr5 3	Cr1 3	8	15
		Cr2	Cr3 3	Cr2 1	Cr5 3	Cr6 1	1	2
			Cr3	Cr3 2	Cr5 3	Cr3 2	9	17
				Cr4	Cr5 3	Cr4 1	1	2
					Cr5	Cr5 3	15	28
						Cr6	1	2

FIGURE 4 – Critères d'appréciation de la liaison pivot dans le cric

1.1.5 Diagramme SADT

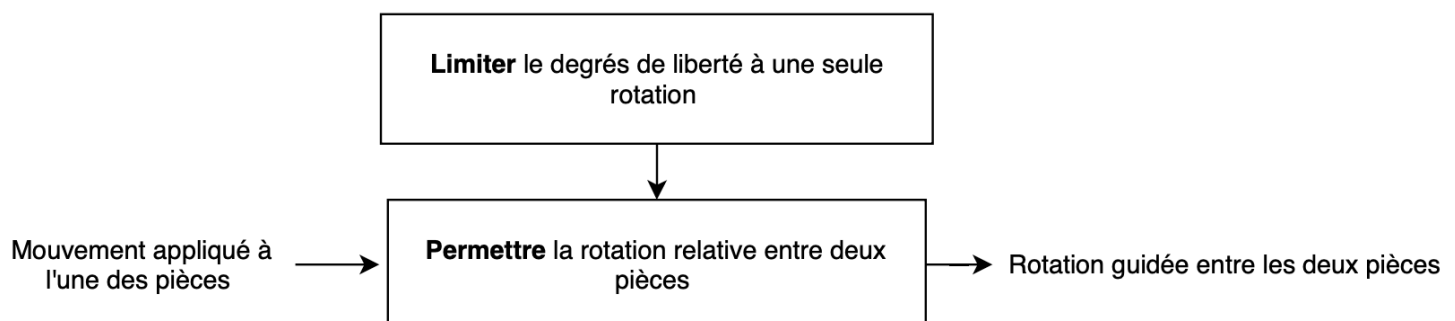


FIGURE 5 – Diagramme SADT de la liaison pivot

1.1.6 Diagramme FAST

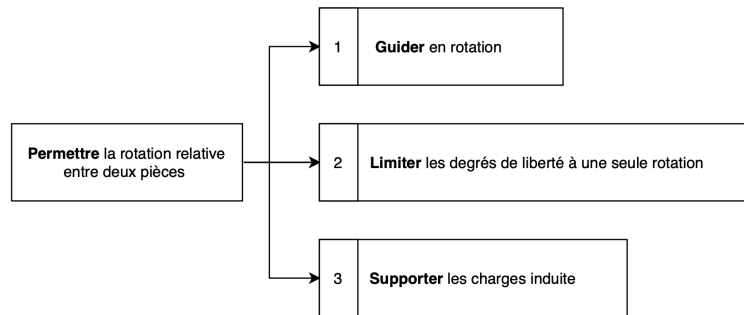


FIGURE 6 – Diagramme FAST de la liaison pivot

1.1.7 Recherche de solutions technologiques

On a ainsi trois d'après l'élaboration du FAST trois solutions technologique à trouver : une solution de guidage en rotation, une solution permettant de faire un arrêt axial et un matériau.

Solution de guidage en rotation

Type de guidage	Illustration	Description
Contact direct		Contact métal sur métal sans élément intermédiaire. Simple, mais soumis à une forte usure et nécessite une lubrification régulière.
Paliers lisses		Guidage avec des coussinets en matériaux antifriction (bronze, PTFE...). Réduit l'usure et permet un démontage facile.
Film d'huile (palier hydrodynamique)		Un film d'huile sépare les pièces. Très faible frottement, utilisé à très haute vitesse (ex : turbomachines).
Éléments roulants		Le contact est remplacé par des billes ou rouleaux. Réduction significative du frottement et grande précision.
Guidage magnétique		L'arbre est suspendu par champs magnétiques. Aucune usure, utilisé en environnement propre ou très haute vitesse.

TABLE 3 – Différentes solutions de guidage en rotation

Plusieurs solutions technologiques ont été envisagées pour assurer le guidage en rotation au sein de notre système. Le guidage magnétique présente l'avantage d'une absence totale de frottement, mais nécessite une alimentation électrique continue. Cette exigence est incompatible avec un cric manuel, destiné à fonctionner de manière autonome, dans un environnement non contrôlé. Quant au guidage par film d'huile, cette technologie est performante à haute vitesse, mais inadaptée aux faibles vitesses, aux mouvements discontinus et aux conditions d'utilisation ponctuelles typiques d'un cric. Par ailleurs, la sensibilité à l'encrassement et les besoins d'étanchéité rendent son intégration peu pertinente dans un système robuste et économique. Ainsi, ces deux solutions, ne répondent pas aux objectifs de simplicité et de fiabilité attendus dans notre cas.

Solution d'arrêt axial


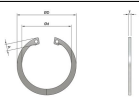
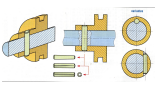

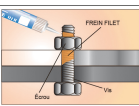

Nom de la solution	Image	Description
Épaulement usiné		Surface usinée directement dans la pièce pour bloquer axialement l'arbre ou un composant. Simple, fiable et économique.
Circlip		Anneau élastique inséré dans une gorge. Il empêche le déplacement axial d'une pièce montée sur un arbre ou dans un alésage. Facile à monter/démonter.
Goupille traversante		Élément cylindrique traversant l'arbre et un alésage dans la pièce adjacente. Fort maintien axial mais nécessite un perçage précis.
Écrou		L'écrou vissé en bout d'arbre maintient la pièce axialement. Nécessite un filetage.
Frein filet (type Loctite)		Produit appliqué sur le filetage pour empêcher le desserrage. Utilisé en complément d'un écrou ou d'une vis pour garantir l'arrêt axial.
Collier de serrage		Collier métallique serré autour de l'arbre, facile à mettre en place sans usinage. Peu encombrant mais moins robuste que les autres solutions.

TABLE 4 – Solutions courantes pour les arrêts axiaux

Parmi les différentes solutions d'arrêt axial envisagées, certaines ont été écartées car elles ne répondent pas de manière satisfaisante aux exigences de notre système. La goupille traversante, bien qu'offrant un bon maintien, impose un perçage de l'arbre, ce qui affaiblit mécaniquement la pièce et complexifie l'usinage, sans réel avantage dans notre contexte. Le frein filet, destiné à empêcher le desserrage d'un élément fileté, agit comme un dispositif complémentaire mais ne peut, à lui seul, assurer un arrêt axial mécanique fiable. De plus, le collier de serrage, bien que facile à mettre en œuvre n'est pas adapté à une moyenne ou grande série. L'épaulement usiné, enfin, bien que robuste, impose des contraintes d'usinage supplémentaires et limite les possibilités de démontage.

Choix du matériau

L'acier C45 a été retenu pour la réalisation de l'arbre en raison de sa bonne aptitude à l'usinage, de sa disponibilité industrielle et de ses propriétés mécaniques suffisantes pour une liaison pivot.

1.1.8 Différentes solutions

Roulements à bille et circlips

Palier lisse et circlips

Contact direct et circlips

Contact direct et écrous

1.1.9 Tableau d'évaluation

Critère	Pondération p [%]	Note n (0 à 4)				Valeur p * n			
		1	2	3	4	1	2	3	4
FP1 Permettre un mouvement de rotation relatif entre les deux pièces mécaniques concernées	34	4	4	4	4	136	136	136	136
Cr1 Autoriser un débattement angulaire important entre les pièces	8	4	4	4	4	32	32	32	32
Cr2 Limiter l'encombrement de la liaison afin de faciliter son intégration dans l'environnement mécanique sans perturber le fonctionnement global du système	1	2	2	4	3	2	2	4	3
Cr3 Garantir la transmission fiable du mouvement mécanique global	9	4	3	2	2	36	27	18	18
Cr4 Résister aux agressions extérieures telles que l'humidité ou la poussière	1	2	3	2	4	2	3	2	4
Cr5 Supporter les charges induites lors de l'utilisation du cric afin d'assurer la sécurité de l'utilisateur	15	1	2	2	4	15	30	30	60
Cr6 Minimiser les besoins d'entretien sur toute la durée de vie du mécanisme	1	0	0	3	4	0	0	3	4
Valeur technique totale		-				0.56	0.58	0.56	0.64
Note éliminatoire		-	-	-	-	-	-	-	-
Prix de revient		-	-	-	-	Élevé	Moyen	Bas	Bas

TABLE 5 – Tableau d'évaluation des différentes solutions

Les deux solutions retenues sont les suivantes : un guidage par contact direct avec un arrêt axial assuré par des écrous pour les liaisons pivots entre les poutres, et un guidage par paliers lisses couplé à un arrêt axial par circlip pour la liaison pivot entre la vis et l'axe de guidage. Cette dernière configuration a été privilégiée afin de garantir une transmission fiable et continue du mouvement mécanique, essentielle au bon fonctionnement du système.

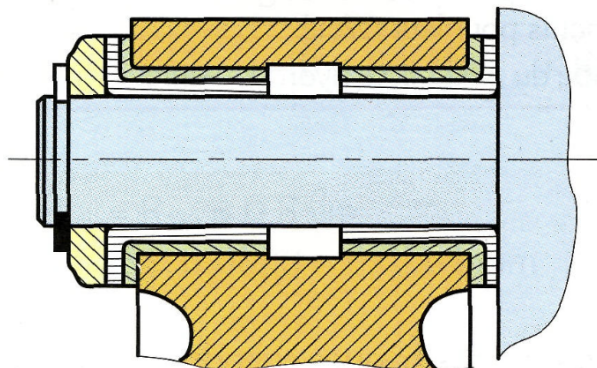


FIGURE 7 – Solution choisie pour les liaisons entre la vis et le guide de rotation

La liaison pivot entre le guide de rotation (pièce 3) et la vis (pièce 4) est assurée par l'intégration de paliers lisses. Ces composants, conçus pour être des pièces d'usure remplaçables, permettent de garantir un guidage en rotation efficace tout en préservant l'intégrité de la vis. En ce qui concerne les arrêts axiaux, la tête de vis joue le rôle de butée d'un côté, tandis qu'un circlip intérieur associé à une rondelle assure le maintien axial opposé (l'utilisation d'un circlips est possible ici car : il est associé avec une rondelle, peu d'efforts axiaux sont appliqués), permettant ainsi une liaison fiable, démontable et durable.

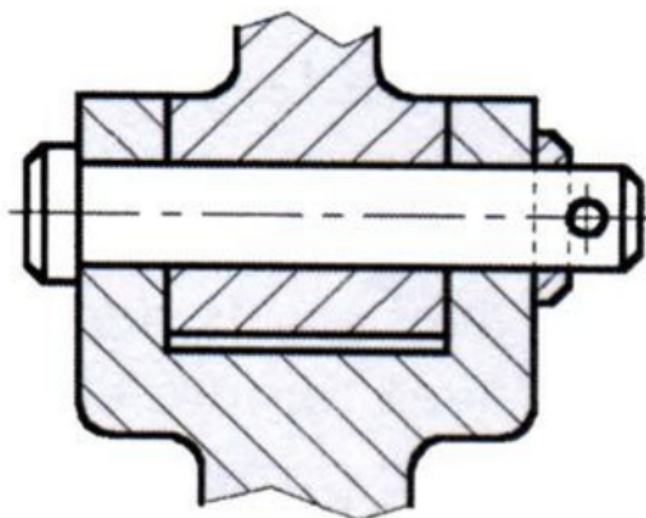


FIGURE 8 – Solution pour les liaisons pivots des poutres (cas butée/écrou)

Les liaisons pivots entre les poutres ont été uniformisées afin de standardiser les axes d'articulation, ce qui facilite leur fabrication et leur assemblage en série. De plus, les guides 3 et 5 présentent une géométrie similaire pour assurer leur liaison pivot avec les poutres, rationalisant ainsi la conception et la production. Cette homogénéisation permet également d'utiliser les mêmes écrous pour les arrêts axiaux sur l'ensemble des axes concernés, simplifiant l'approvisionnement et le montage. Enfin, des butées ont été intégrées directement sur les pièces 3 et 5 afin de garantir un positionnement axial précis et sécurisé lors du fonctionnement du mécanisme.

1.2 Liaison hélicoïdale

Dans le cas de notre mécanisme, l'architecture vis-écrou s'impose comme la solution la plus adaptée. Elle se distingue par sa simplicité de mise en œuvre et constitue un excellent compromis en termes d'encombrement. En effet, le déplacement se fait exclusivement selon l'axe de la vis, ce qui réduit la complexité du système. L'écrou, de son côté, présente également une conception compacte et facile à intégrer. Le principal point à définir reste le choix de la pièce qui assurera la rotation entre la vis et l'écrou. Dans notre configuration, le fonctionnement repose sur le principe d'une liaison hélicoïdale actionnée par une manivelle, munie d'un embout creux taraudé. Ainsi, la rotation de la manivelle entraîne celle de l'écrou, ce qui génère un déplacement axial de la vis. Ce mouvement permet de faire progresser une pièce intermédiaire liée aux bras du cric, assurant ainsi l'élévation progressive du système.

2 Choix d'architecture des pièces

Afin de permettre l'imbrication des poutres l'une dans l'autre, la géométrie initialement définie a été modifiée par rapport à l'étude précédente. Les poutres ont ainsi été conçues avec une section creuse, répondant aux exigences d'assemblage du mécanisme.

2.0.1 Poutre 2

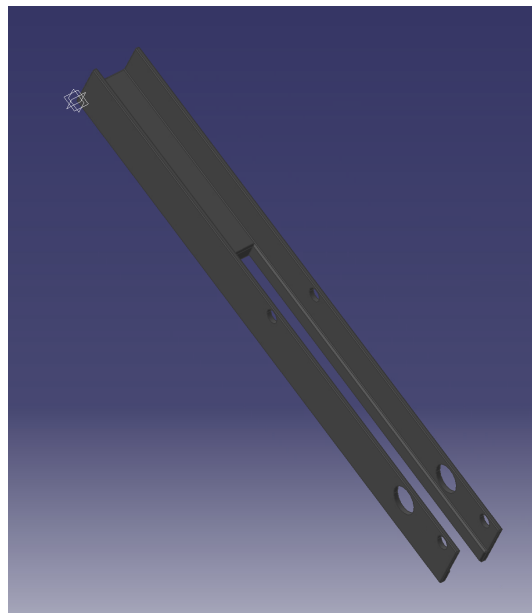


FIGURE 9 – Poutre 2

La poutre 2 présente une géométrie simple ainsi qu'une section dimensionnée de manière cohérente avec les résultats de l'étude de résistance des matériaux (RDM). Ses dimensions ont été volontairement réduites par rapport à celles de la poutre 1, afin de permettre son insertion à l'intérieur de cette dernière lors du repliement du cric. Cette conception contribue ainsi à la compacité du dispositif en position de rangement, sans compromettre sa résistance mécanique en phase d'utilisation.

2.0.2 Poutre 1

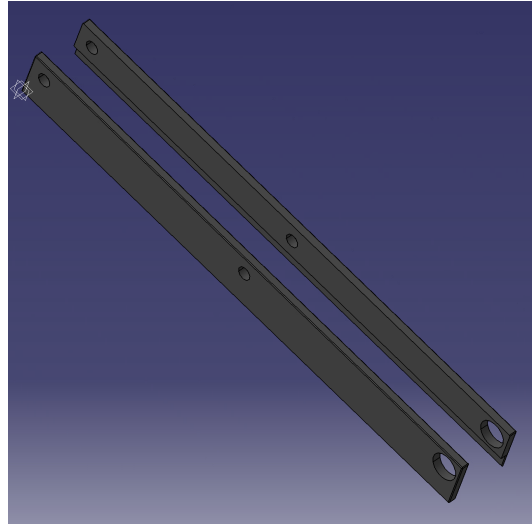


FIGURE 10 – Poutre 1

La poutre 1 a été décomposée en deux éléments distincts afin de permettre au cric de se replier sur lui-même. Cette configuration vise à réduire l'encombrement du dispositif en position de rangement, tout en conservant la résistance mécanique initiale de la section. La pièce obtenue présente une géométrie simple, ce qui permet l'utilisation de procédés de fabrication faciles à mettre en œuvre et aisément automatisables. Cela favorise une production en grande série avec un coût réduit et une cadence élevée.

2.0.3 Guide de rotation

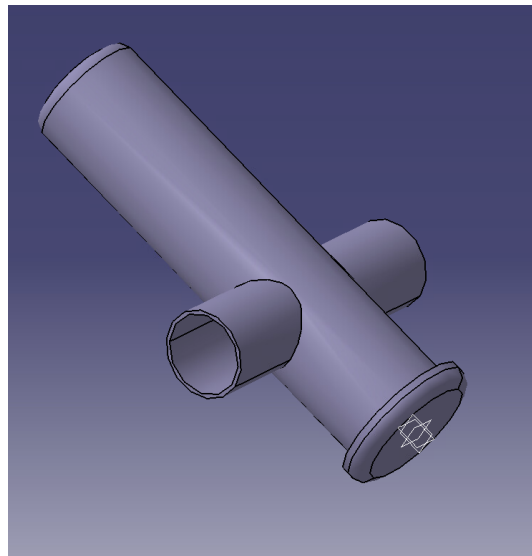


FIGURE 11 – Guide de rotation

Le guide de rotation (pièce 3) a été conçu selon une géométrie proche de celle du guide de vis (pièce 5), afin de rationaliser la conception des composants. Il intègre des butées assurant les arrêts axiaux ainsi qu'une partie filetée destinée à recevoir un écrou. Cette approche permet d'optimiser la fabrication en uniformisant les dimensions des perçages dans les poutres 1 et 2, ainsi que l'utilisation des éléments standards tels que les écrous.

La spécificité de la pièce 3 par rapport à la pièce 5 réside dans l'ajout d'une excroissance cylindrique. Celle-ci est conçue pour accueillir l'axe de pivotement, en association avec un palier lisse, assurant une rotation fluide et sans jeu excessif.

2.0.4 Vis

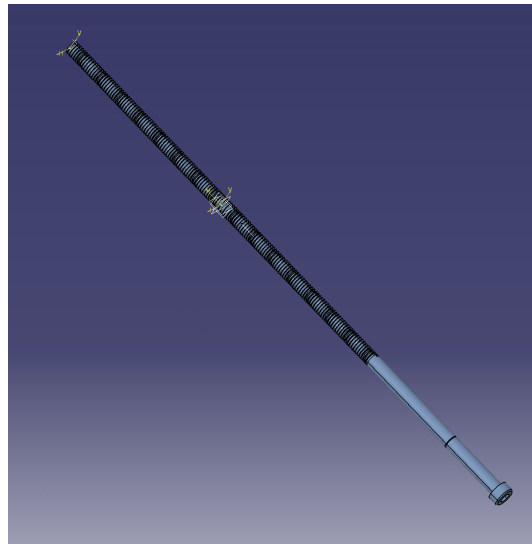


FIGURE 12 – Vis

2.0.5 Guide de vis

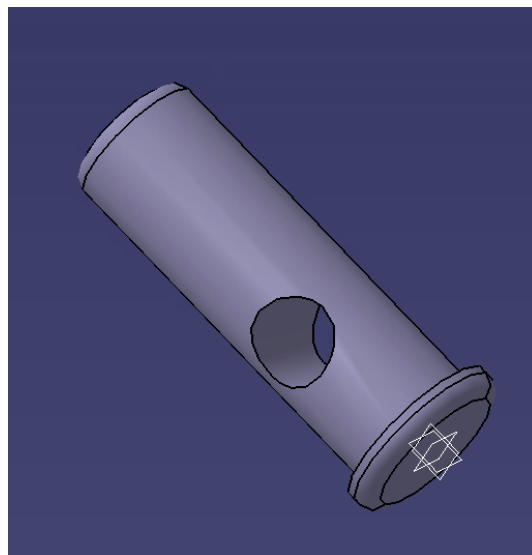


FIGURE 13 – Guide de vis

La vis (pièce 4) présente une extrémité filetée, assurant une liaison hélicoïdale avec le guide de vis (pièce 5). Sa partie non filetée permet la mise en place d'une liaison pivot avec le guide de rotation (pièce 3).

La tête de vis joue un rôle essentiel dans l'arrêt axial : elle constitue une butée pour la liaison pivot, en appui contre le palier lisse intégré au guide de rotation. À l'autre extrémité, une gorge usinée sur la vis est prévue pour accueillir un circlip et une rondelle, permettant d'assurer le second arrêt axial de manière fiable et démontable.

2.0.6 Manivelle

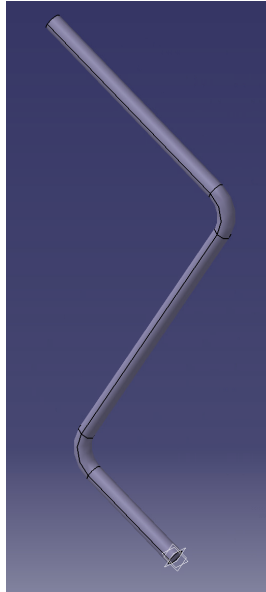


FIGURE 14 – Manivelle

La manivelle est positionnée à l'extrémité filetée de la vis (pièce 4), sur laquelle elle est fixée à l'aide d'un écrou. Ce mode de fixation simple et démontable facilite l'assemblage tout en assurant un maintien fiable.

Sa forme et sa position ont été étudiées de manière à offrir un dégagement suffisant par rapport au bas de caisse du véhicule. Cet éloignement permet à l'utilisateur d'actionner le cric manuellement avec aisance et sécurité, sans interférence avec la structure du véhicule.

2.0.7 Tête de manivelle

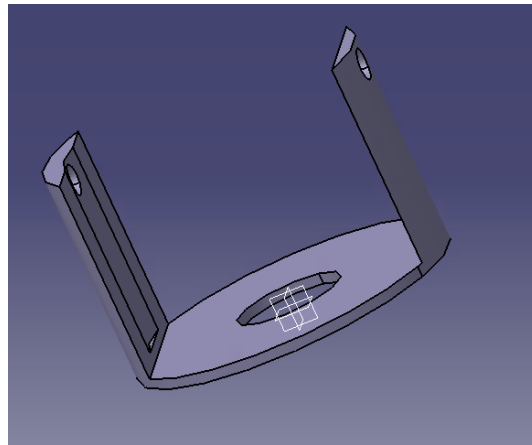


FIGURE 15 – Tête de manivelle

2.0.8 Axe d'articulation

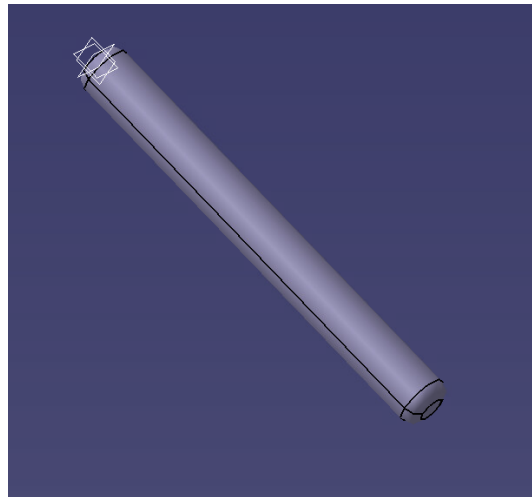


FIGURE 16 – Axe d'articulation

2.0.9 Tête de cric

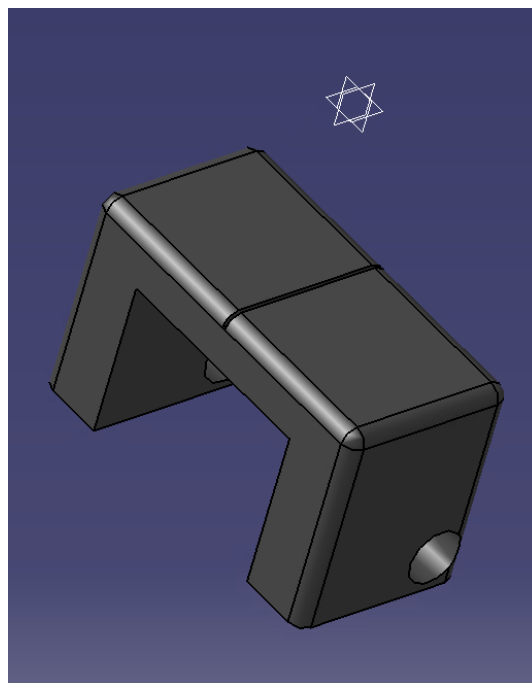


FIGURE 17 – Tête de cric

La tête du cric 6 présente une géométrie simple, pensée pour faciliter sa fabrication, notamment par des procédés rapides et peu coûteux. Sa surface supérieure, plane, est équipée d'une rainure transversale. Cette rainure est conçue pour s'adapter à l'excroissance située sous le bas de caisse du véhicule, assurant ainsi un positionnement stable et sécurisé lors de l'utilisation du cric.

2.0.10 Encombrement cric replié

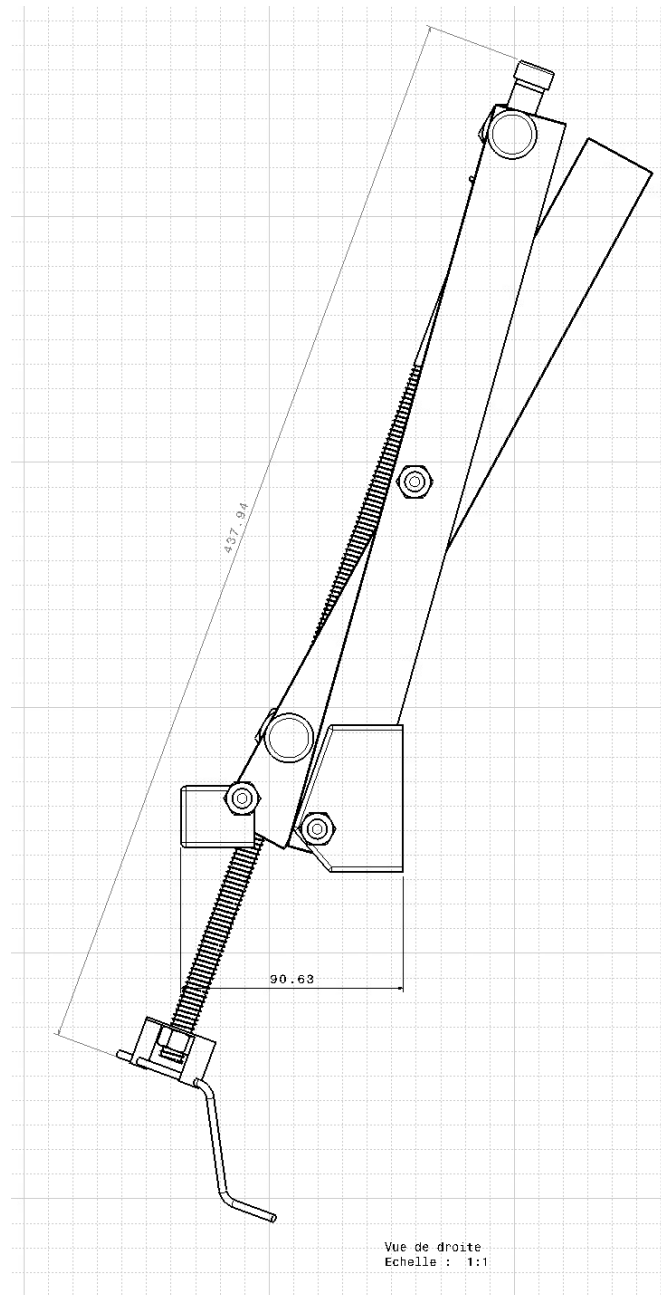


FIGURE 18 – Cric en position replié

L'encombrement constitue un critère majeur dans la conception d'un cric, dans la mesure où cet outil doit obligatoirement être stocké dans le coffre du véhicule en permanence. Il était donc essentiel de concevoir une solution compacte, sans compromettre la fonctionnalité ni la robustesse de l'ensemble.

Pour répondre à cette contrainte, un travail particulier a été mené sur la configuration des poutres. Plutôt que de disposer les deux poutres côte à côte, ce qui aurait augmenté significativement la largeur du système, il a été décidé de séparer la poutre 1 en deux éléments articulés. Cette architecture permet au cric de se replier sur lui-même, réduisant ainsi la largeur totale d'environ 50%, tout en conservant la même longueur et en maintenant la résistance mécanique nécessaire à son bon fonctionnement.

3 Conclusion générale

Ce projet de conception préliminaire nous a permis de développer un mécanisme de levage articulé robuste, compact et conforme aux exigences fonctionnelles spécifiées. L'ensemble des choix architecturaux a été justifié selon une démarche rigoureuse intégrant l'analyse fonctionnelle, la recherche de solutions technologiques et leur évaluation multicritère. La modélisation CAO et la définition des liaisons ont conduit à un système à la fois fiable, économique et compatible avec une production en moyenne série. Ces résultats valident la pertinence de la solution retenue, tout en laissant place à de futures optimisations mécaniques ou ergonomiques.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS METZ

MEF

MEF : ETUDE DE TENUE MÉCANIQUE D'UN SUPPORT FIXE

TP 3

Élèves :

Killian Crenn
Thibault Halperin

Enseignant :

Hocine Chalal



Mise en contexte et objectifs

Introduction

Dans le cadre de ce TP, nous nous intéressons à l'étude de la tenue mécanique d'un support fixe de type potence, sollicité dans un contexte structurel réaliste. Cette étude s'inscrit dans une démarche de pré-dimensionnement à l'aide de la méthode des éléments finis (MEF), en utilisant un modèle simplifié de type barre/poutre représenté de manière filaire. La complexité du comportement mécanique des structures déformables requiert une modélisation rigoureuse, intégrant les propriétés des matériaux, les conditions aux limites ainsi que les différentes sollicitations mécaniques, notamment le poids propre et les charges appliquées. Le but est de vérifier la capacité du système à supporter les efforts sans dépasser les limites admissibles tout en minimisant sa masse.

Objectifs

- Réaliser le pré-dimensionnement d'un système mécanique de type potence à l'aide d'un modèle éléments finis filaire (barre/poutre).
- S'assurer que les contraintes mécaniques dans les différentes pièces demeurent inférieures à la contrainte admissible, déterminée à partir de la limite élastique du matériau divisée par un coefficient de sécurité ($s = 1,25$).
- Garantir que le déplacement au point d'application de la charge reste inférieur à 50 mm.
- Optimiser la structure en minimisant sa masse totale, tout en respectant les spécifications de tenue mécanique.
- Déterminer les dimensions optimales des profils de chaque pièce déformable du système (pièces 1, 3 et 4), en tenant compte des propriétés mécaniques de l'acier utilisé ($E = 210$ GPa, $R_e = 250$ MPa, $\rho = 7800$ kg·m⁻³).

Table des matières

1	Présentation du problème	1
1.1	Géométrie et conditions de chargement	1
1.2	Cas de chargement	1
2	Caractéristiques du matériau	1
2.1	Détermination du module de Young E	2
2.2	Détermination de la déformation plastique ε_p	2
3	Méthodologie de modélisation	3
3.1	Démarche générale	3
3.2	Stratégie de maillage	3
4	Résultats et analyse	4
4.1	Zones critiques	4
4.1.1	Détermination des zones critiques	4
4.2	Cas de service (2 kN)	5
4.2.1	Déformation plastique	5
4.2.2	Contraintes de Von Mises	5
4.2.3	Comparaison des valeurs maximales suivant le maillage	6
4.2.4	Conclusion	6
4.3	Cas extrême (9 kN)	7
4.3.1	Déformation plastique	7
4.3.2	Contraintes de Von Mises	7
4.3.3	Déplacement du point P – Cas de chargement extrême (9 kN)	8
4.3.4	Comparaison des valeurs maximales suivant le maillage	8
4.3.5	Conclusion	9
5	Conclusion	9
A	Annexes	10
A.1	Résultats de la modélisation	10
A.1.1	Raffinement local du maillage	10
A.1.2	Chargement de service (2kN)	11
A.1.3	Chargement extrême (9 kN)	13

1 Présentation du problème

Nous définissons ici les paramètres géométriques, les chargements appliqués et les critères d'acceptabilité mécanique.

1.1 Géométrie et conditions de chargement

La géométrie du support fixe est fournie sous la forme d'un fichier CAO. Ce fichier contient la modélisation tridimensionnelle de la pièce, utilisée pour générer le maillage dans le cadre de la simulation par éléments finis.

Le composant étudié est destiné à maintenir un élément rigide, et il est sollicité par une force verticale \vec{F} (suivant \vec{z}), appliquée au point P de coordonnées :

$$x = 500 \text{ mm}, \quad y = 1000 \text{ mm}, \quad z = 0 \text{ mm}$$

La description de la géométrie étant établie, nous pouvons désormais présenter les conditions de chargement auxquelles le support fixe sera soumis.

1.2 Cas de chargement

Deux cas de chargement sont considérés :

- **Cas de service** : $F = 2 \text{ kN}$, pour lequel le matériau doit rester dans le domaine élastique ;
- **Cas extrême** : $F = 9 \text{ kN}$, où une plastification locale est admise tant que la pièce reste fonctionnelle. Dans ce cas, une tolérance dimensionnelle de $\pm 10 \text{ mm}$ est imposée sur le déplacement du point P .

Une fois le problème clairement défini, nous pouvons passer à la modélisation par éléments finis pour établir le cadre de la simulation.

2 Caractéristiques du matériau

Le matériau utilisé pour la fabrication du support est un alliage d'aluminium de type AU4G, couramment employé dans les structures mécaniques en raison de son bon compromis entre légèreté et résistance mécanique.

Les propriétés mécaniques de cet alliage sont déterminées à partir de la courbe contrainte-déformation obtenue expérimentalement. Cette courbe permet d'extraire les paramètres nécessaires à la modélisation du comportement du matériau dans le cadre de la simulation par éléments finis.

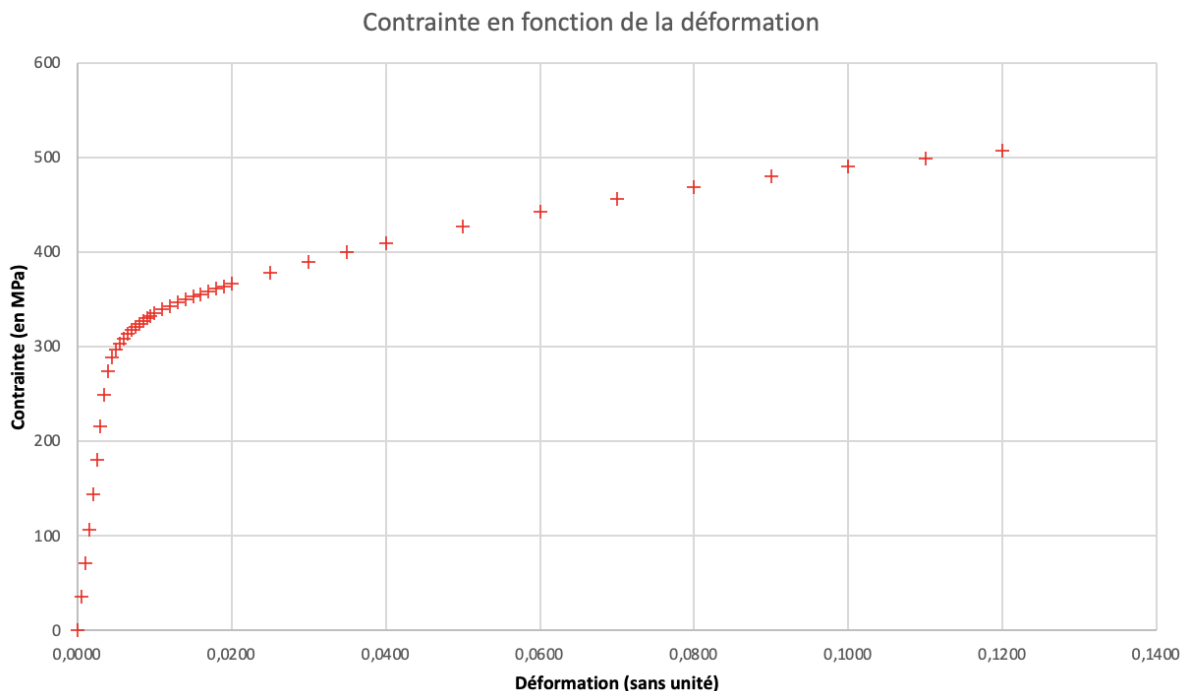


FIGURE 1 – Courbe contrainte-déformation

2.1 Détermination du module de Young E

Le module d'élasticité E est obtenu en évaluant la pente de la partie linéaire de la courbe, comme décrit par la loi de Hooke $\sigma = E\epsilon$, correspondant au domaine élastique. Cette zone est supposée linéaire et réversible. En mesurant la pente de cette portion linéaire, on déduit :

$$E = 71893 \text{ MPa}$$

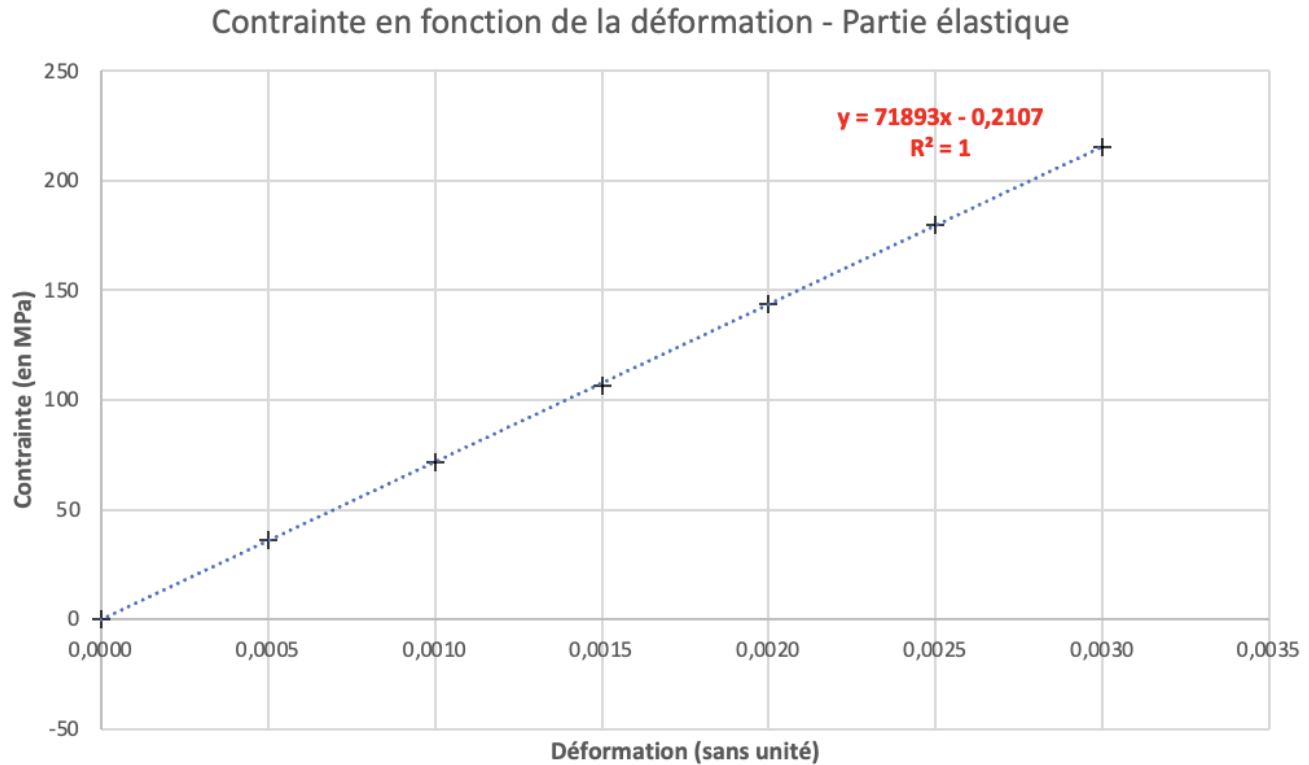


FIGURE 2 – Détermination du module de Young en déterminant la pente du domaine élastique

2.2 Détermination de la déformation plastique ϵ_p

Dans le cas d'un chargement entraînant une plastification du matériau, la déformation totale peut être décomposée en une part élastique ϵ_e et une part plastique ϵ_p , selon la relation :

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p$$

La contrainte étant reliée à la déformation élastique par la loi de Hooke $\sigma = E\epsilon_e$, on peut exprimer la déformation élastique comme :

$$\epsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

D'où l'expression de la déformation plastique :

$$\epsilon_p = \epsilon - \frac{\sigma}{E}$$

Cette relation est utilisée pour déterminer, à partir de la courbe expérimentale, les différentes valeurs de ϵ_p , indispensables à la définition du comportement élasto-plastique du matériau dans le modèle numérique.

L'ensemble de ces données permet d'alimenter la simulation numérique qui sera menée pour chacun des cas de chargement étudiés.

3 Méthodologie de modélisation

3.1 Démarche générale

Nous construisons ici le modèle utilisé dans le logiciel de simulation, ici Abaqus.

La simulation numérique a été réalisée à l'aide du logiciel Abaqus. Le modèle géométrique de la pièce a d'abord été importé dans l'environnement de travail. Dans le module *Property*, les caractéristiques mécaniques du matériau ont été définies : le module de Young obtenu expérimentalement a été renseigné dans la section *Elasticity*, accompagné d'un coefficient de Poisson fixé à 0,3. Un comportement plastique a également été spécifié via un tableau associant les contraintes aux déformations plastiques, tel que déduit de la courbe contrainte-déformation.

Le support fixe est supposé maintenir un composant parfaitement rigide, ce qui constitue une hypothèse simplificatrice adoptée dans le cadre de cette modélisation. L'instance géométrique a ensuite été insérée dans le module *Assembly* afin de constituer le modèle global.

Deux étapes d'analyse ont été définies dans le module *Step*. Dans le *Step 1*, la force est appliquée au point *P*, tandis que le *Step 2* correspond à une phase de relâchement progressif de cette charge. Cette structuration permet d'observer l'évolution du comportement mécanique de la pièce durant l'application puis la suppression du chargement.

Les forces ont été appliquées via le module *Load* sous forme de chargements ponctuels. À cet effet, un point a été défini aux coordonnées (500 mm, 1000 mm, 0 mm), sur lequel les efforts sont appliqués.

Les conditions aux limites ont été spécifiées dans le module *Interaction* : un encastrement complet a été imposé à la base du support, empêchant toute translation ou rotation. Le maillage a ensuite été généré dans le module *Mesh*, avec un maillage initialement grossier puis raffiné.

Un *job* de calcul a été défini dans le module *Job* puis lancé. L'analyse des résultats a été menée dans le module *Visualization*, à travers l'observation des champs de contraintes et de déplacements afin de caractériser le comportement mécanique du support sous les différentes sollicitations.

3.2 Stratégie de maillage

Pour appliquer la méthode des éléments finis et évaluer correctement les déformations et contraintes du support, il est essentiel de choisir un maillage pertinent. Nous avons donc, dans un premier temps, opté pour un maillage grossier afin d'obtenir un premier jeu de résultats et d'identifier les zones critiques. Puis, pour estimer la contrainte maximale sans alourdir inutilement les calculs, nous avons raffiné le maillage uniquement autour du point critique (le trou situé en bas à droite de la partie non encastree de la pièce). Ce raffinement a été progressivement accentué jusqu'à convergence des résultats.

4 Résultats et analyse

Après la phase de modélisation et de simulation, il est désormais possible d'examiner les résultats obtenus afin d'évaluer la réponse mécanique du support fixe. L'étude s'appuie principalement sur l'analyse des champs de contraintes et des déformations plastiques éventuelles.

4.1 Zones critiques

4.1.1 Détermination des zones critiques

Contraintes

L'analyse des résultats montre que la concentration maximale de contraintes se situe au niveau du perçage inférieur droit de la pièce. Cette zone constitue donc un point critique du point de vue de la résistance mécanique.

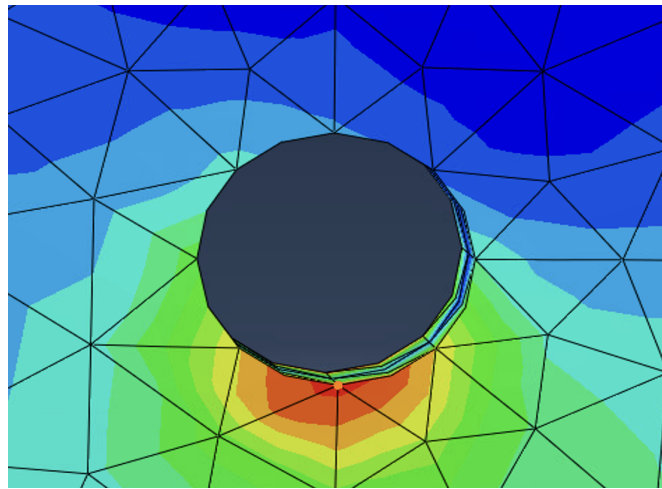


FIGURE 3 – Localisation de la contrainte maximale pour un maillage non raffiné (2kN)

Déformation plastique

En ce qui concerne la déformation plastique, la concentration maximale apparaît comme étant extrêmement localisée. Sa détection nécessite un raffinement important du maillage dans la zone critique, sans quoi le phénomène reste difficilement observable.

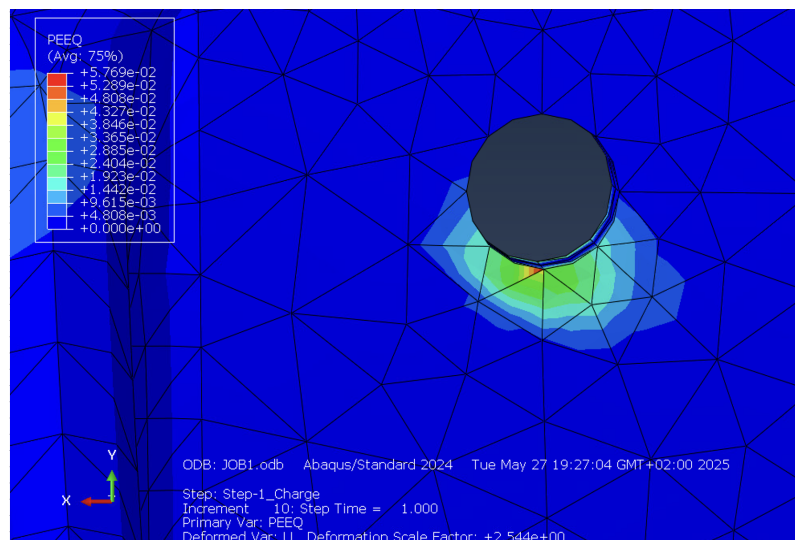
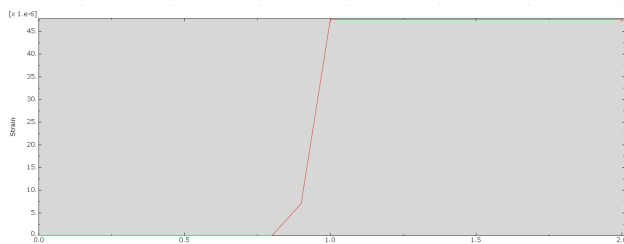


FIGURE 4 – Zone de déformation maximale sous chargement (2kN)

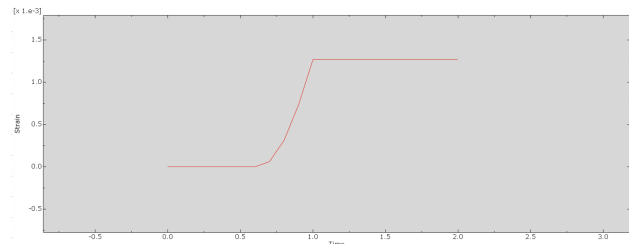
4.2 Cas de service (2 kN)

Dans le cas de service, le support est soumis à un chargement modéré pour lequel le matériau est censé rester dans le domaine purement élastique. Toutefois, l'analyse révèle l'apparition d'une plastification très localisée dans une zone critique. Cette plastification n'est détectable qu'à l'aide d'un maillage raffiné.

4.2.1 Déformation plastique



(a) Déformation plastique – Maillage 13 non raffiné

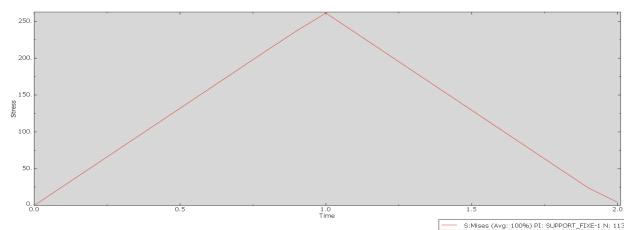


(b) Déformation plastique – Maillage 13 raffiné localement (1,625)

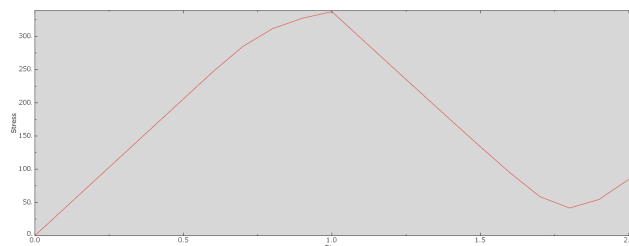
FIGURE 5 – Évolution de la déformation plastique au point critique selon le maillage

La figure ci dessus montre l'évolution de la déformation plastique au point critique en fonction du temps pour deux configurations de maillage : un maillage uniforme de taille 13 mm et un maillage identique mais raffiné localement (facteur 1,625). Dans le cas du maillage non raffiné, la déformation plastique reste extrêmement faible (de l'ordre de 45×10^{-6}), avec une montée très abrupte et une stabilisation immédiate, ce qui suggère que le modèle ne capture pas fidèlement le comportement plastique. En revanche, avec un raffinement local du maillage, la déformation atteint des valeurs bien plus élevées (jusqu'à $1,5 \times 10^{-3}$), traduisant un développement progressif de la plastification. Toutefois, même dans ce cas, l'intensité de la déformation plastique reste relativement modérée, ce qui peut s'expliquer par son caractère très localisé. Ainsi, seule une discrétisation fine dans cette zone permet de révéler ce phénomène, qui serait autrement totalement négligé.

4.2.2 Contraintes de Von Mises



(a) Contrainte au point critique (maillage 13 non raffiné)



(b) Contrainte au point critique (maillage 13 raffiné localement (1,625))

FIGURE 6 – Évolution de la contrainte au point critique en fonction du temps pour deux maillages différents

La figure ci-dessus présente l'évolution de la contrainte au point critique en fonction du temps pour deux discrétisations différentes : un maillage uniforme de taille 13 mm, et un maillage identique mais raffiné localement autour de la zone critique (facteur de raffinement : 1,625). Dans le cas du maillage non raffiné, la contrainte croît puis décroît de manière parfaitement linéaire, ce qui traduit un comportement purement élastique du matériau. Cette approximation ne permet pas de détecter une éventuelle plastification. En revanche, avec le maillage raffiné localement, la contrainte présente une saturation en fin de montée et une décroissance non linéaire, suivie d'un palier à la fin du déchargement.

4.2.3 Comparaison des valeurs maximales suivant le maillage

Pour évaluer l'influence du raffinement local du maillage sur les résultats obtenus, les valeurs maximales de la contrainte de Von Mises et de la déformation plastique ont été relevées au niveau du point critique pour plusieurs tailles d'éléments. Les résultats sont synthétisés dans le tableau suivant :

#	Maillage local (mm)	σ_{vm}^{\max} (MPa)	ε_p^{\max}
1	13	261,26	0,0047 %
2	6.5	274,639	0,0073 %
3	3.25	331,008	0,11 %
4	1.625	337,097	0,15 %

TABLE 1 – Comparaison des contraintes et déformations plastiques selon le raffinement local du maillage

On constate que le raffinement local du maillage a un effet significatif sur les valeurs critiques. Plus le maillage est fin, plus les contraintes et les déformations plastiques mesurées augmentent, jusqu'à atteindre un plateau suggérant une convergence des résultats.

Les écarts relatifs entre le maillage global le plus grossier (13 mm) et le maillage raffiné (1,625 mm) sont donnés ci-dessous :

Grandeur	Écart relatif
σ_{vm}^{\max} (MPa)	29,03 %
ε_p^{\max}	3,09 %

TABLE 2 – Écarts relatifs entre le maillage global (13 mm) et le maillage raffiné (1,625 mm)

Ces écarts montrent que le maillage global sous-estime fortement l'intensité des phénomènes mécaniques au niveau du point critique. En particulier, la déformation plastique est largement sous-évaluée dans le modèle non raffiné. Cela confirme l'importance d'un raffinement local dans les zones sensibles afin de garantir la fiabilité de l'analyse.

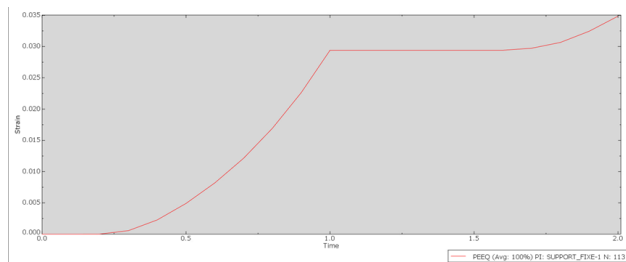
4.2.4 Conclusion

Dans le cas de chargement de service, la déformation plastique mesurée au point critique reste très faible, de l'ordre de 0,15 %. Le matériau demeure donc majoritairement dans le domaine élastique, et aucune plastification significative n'est observée. Le support ne respecte pas localement le critère de maintien dans le domaine élastique, bien que le dépassement observé reste très marginal.

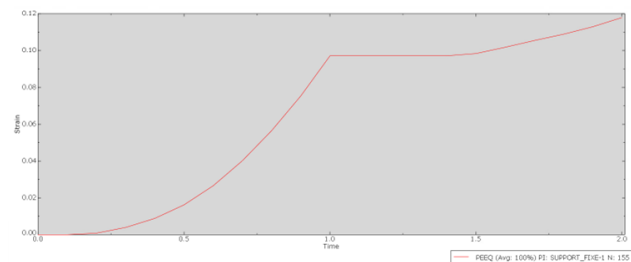
4.3 Cas extrême (9 kN)

Dans cette configuration, nous analysons le comportement du support sous un chargement élevé afin d'étudier l'initiation de la plastification et d'évaluer le déplacement du point de charge. Nous constatons que, même dans ce cas de sollicitation extrême, les zones critiques identifiées correspondent à celles relevées dans les conditions de service.

4.3.1 Déformation plastique



(a) Déformation plastique – Maillage 13 non raffiné

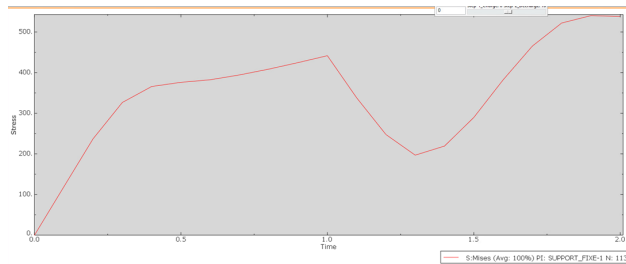


(b) Déformation plastique – Maillage 13 raffiné localement (1,625)

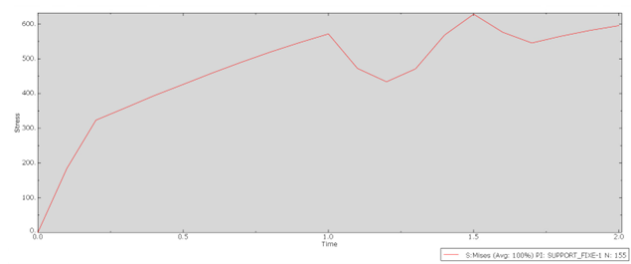
FIGURE 7 – Évolution de la déformation plastique au point critique selon le maillage

Dans le cas d'un chargement extrême, la déformation plastique localisée au point critique atteint un ordre de grandeur de l'ordre de 10 %. Sous chargement extrême, le matériau entre donc clairement dans le domaine plastique, ce qui implique que le support ne retrouve pas sa forme initiale après déchargement.

4.3.2 Contraintes de Von Mises



(a) Contrainte de Von Mises - Maillage 13 non raffiné



(b) Contrainte de Von Mises - Maillage 13 raffiné localement (1,625)

FIGURE 8 – Évolution de la contrainte de Von Mises au point critique en fonction du temps pour deux maillages différents

On observe que, dans les deux cas étudiés, la contrainte au point critique n'atteint pas sa valeur maximale lors de l'application du chargement maximal, mais plutôt après le déchargement complet. Ce phénomène peut paraître contre-intuitif, car on s'attend généralement à ce que les contraintes maximales coïncident avec les efforts appliqués les plus importants. Or, dans notre cas, le pic de contrainte intervient alors que la charge est revenue à zéro.

Interprétation du pic de contrainte après déchargement

Ce comportement peut s'expliquer par la présence de déformations plastiques dans le matériau. Lorsque le support est soumis à un effort élevé, il entre localement dans le domaine plastique, ce qui modifie de manière irréversible son état de déformation interne. Une fois la charge retirée, la matière ne retrouve pas complètement sa forme initiale : des contraintes dites *résiduelles* persistent. Ces contraintes, induites par le réarrangement interne du matériau et l'incompatibilité locale des déformations plastiques, peuvent être supérieures aux contraintes élastiques maximales atteintes pendant le chargement. De plus, la configuration géométrique après plastification peut provoquer une concentration accrue de contraintes à certains points, notamment autour des zones de faiblesse ou des discontinuités géométriques (trou, arête vive, etc.). Ce mécanisme est bien connu dans les structures métalliques et justifie l'importance de l'analyse post-déchargement dans les études de tenue mécanique.

4.3.3 Déplacement du point P – Cas de chargement extrême (9 kN)

Dans ce cas de chargement extrême, une force $F = 9$ kN est appliquée au point P . Contrairement au cas de service, une plastification locale est tolérée, tant que la pièce conserve sa fonctionnalité globale. Pour garantir cette fonctionnalité, une contrainte dimensionnelle est imposée sur le déplacement du point d'application de la charge. Ainsi, la tolérance maximale admissible pour le déplacement du point P est fixée à **10 mm**. Au-delà de cette limite, le composant serait considéré comme non conforme aux exigences fonctionnelles, indépendamment de son intégrité structurelle.

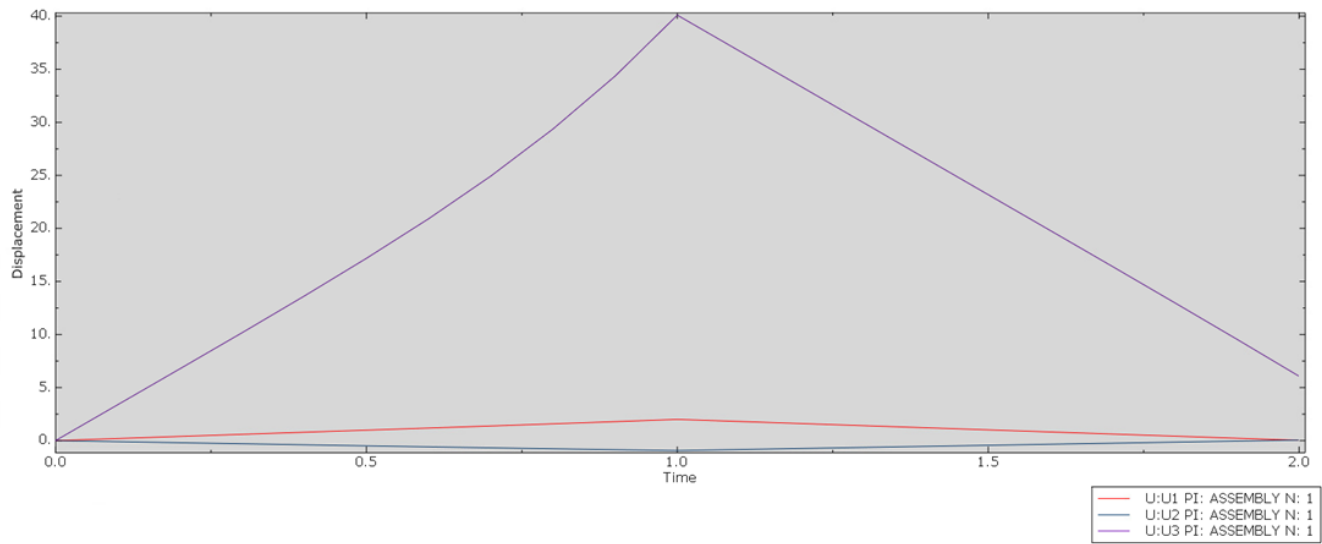


FIGURE 9 – Déplacements au point P selon U_1 , U_2 , U_3 sous 9 kN

Or, l'analyse des résultats de simulation montre que le déplacement vertical U_3 atteint une valeur de **40 mm**, soit quatre fois la limite autorisée.

La pièce ne respecte pas les critères fonctionnels imposés. Le support est donc considéré comme non conforme dans ce scénario de chargement extrême.

4.3.4 Comparaison des valeurs maximales suivant le maillage

L'étude du raffinement local montre une augmentation progressive des contraintes et des déformations plastiques au point critique, jusqu'à stabilisation. Le tableau suivant résume les valeurs maximales obtenues pour différentes tailles de maillage :

#	Maillage local (mm)	σ_{vm}^{\max} (MPa)	ε_p^{\max}
1	13	540,281	3,5 %
2	6.5	547,151	4 %
3	3.25	619,144	9 %
4	1.625	628,565	12 %

TABLE 3 – Valeurs maximales selon le raffinement local du maillage

Les écarts obtenus entre le maillage grossier et le plus raffiné montrent que la contrainte est sous-estimée de 16 %, tandis que la déformation plastique est presque multipliée par quatre :

Grandeur	Écart relatif (13 mm → 1,625 mm)
σ_{vm}^{\max}	16,3 %
ε_p^{\max}	2,43 %

TABLE 4 – Écarts relatifs entre maillage global et raffiné

4.3.5 Conclusion

L'analyse du cas extrême met en évidence une plastification localisée significative ainsi que l'apparition de contraintes résiduelles élevées au niveau du point critique. Les résultats montrent que le déplacement du point de charge P atteint 40 mm, soit bien au-delà de la tolérance fonctionnelle fixée à 10 mm. Cette déviation excessive invalide la capacité du support à maintenir l'élément rigide dans les conditions spécifiées. Ainsi, la pièce ne satisfait pas les exigences de tenue dimensionnelle et ne peut être considérée comme fonctionnelle sous un chargement de 9 kN.

5 Conclusion

Ce travail a permis de mener une analyse détaillée du comportement mécanique d'un support fixe soumis à deux niveaux de chargement, en s'appuyant sur une modélisation numérique par éléments finis.

Dans le cas de service (2 kN), les résultats indiquent que le support reste globalement dans le domaine élastique. Une très faible plastification, de l'ordre de 0,15 %, a été détectée au niveau du point critique, mais celle-ci demeure extrêmement localisée et n'affecte pas la fonctionnalité de la pièce. Le support ne respecte pas localement le critère de maintien dans le domaine élastique, bien que le dépassement observé reste très marginal.

En revanche, sous un chargement extrême (9 kN), une plastification significative apparaît dans les zones critiques, accompagnée de contraintes résiduelles élevées après déchargement. Par ailleurs, le déplacement vertical du point d'application de la charge atteint 40 mm, excédant largement la tolérance dimensionnelle fixée à 10 mm. Ce dépassement compromet la capacité du support à remplir sa fonction, même si la structure ne présente pas de rupture immédiate.

L'importance du maillage a également été démontrée : seuls les maillages localement raffinés permettent de capturer fidèlement les phénomènes localisés, tant en termes de contraintes que de déformations plastiques. Un maillage trop grossier conduit à une sous-estimation critique de ces effets.

En conclusion, le support satisfait les exigences mécaniques dans le cas de service, mais ne répond pas aux contraintes fonctionnelles dans le cas extrême. Pour améliorer ses performances, des modifications géométriques ou un matériau plus résistant pourraient être envisagés. Une attention particulière devra également être portée à la qualité du maillage dans les zones sensibles, condition indispensable à la fiabilité des résultats issus de la simulation.

A Annexes

A.1 Résultats de la modélisation

A.1.1 Raffinement local du maillage

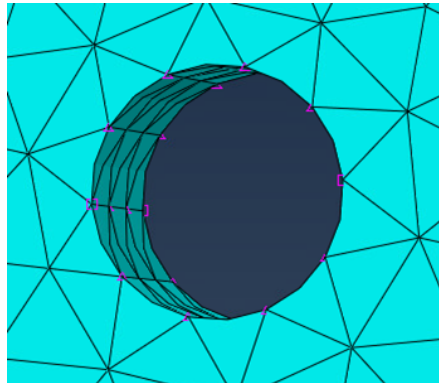


FIGURE 10 – Maillage raffiné localement (6,5 mm)

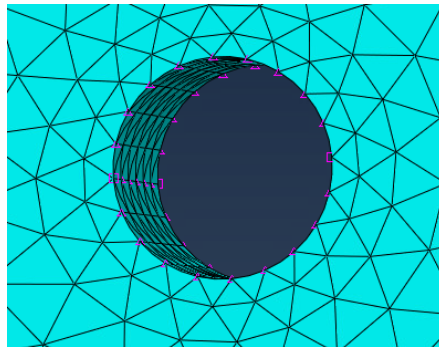


FIGURE 11 – Maillage raffiné localement (3,25 mm)

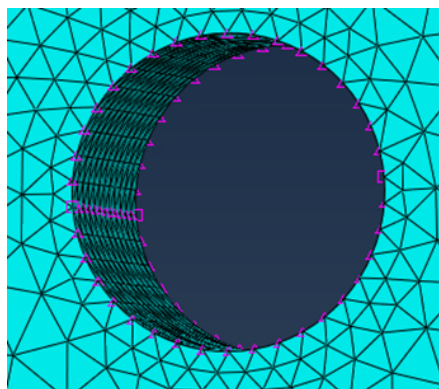


FIGURE 12 – Maillage raffiné localement (1,625 mm)

A.1.2 Chargement de service (2kN)

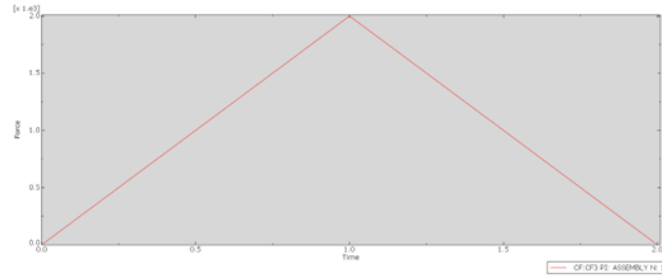


FIGURE 13 – Effort appliqué au point P sous 9 kN

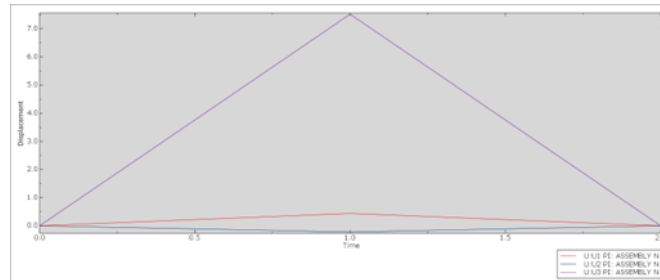


FIGURE 14 – Déplacements selon U_1 , U_2 , U_3 sous 9 kN

Maillage non raffiné localement

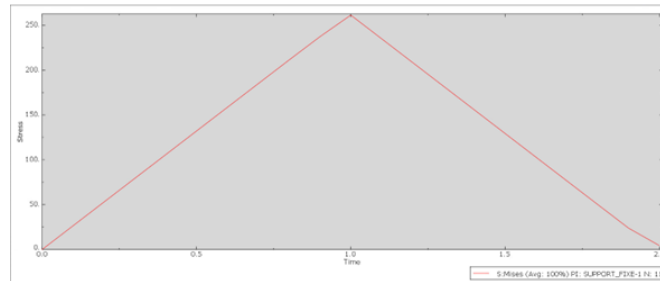


FIGURE 15 – Contrainte de Von Mises au point critique - Maillage non raffiné localement

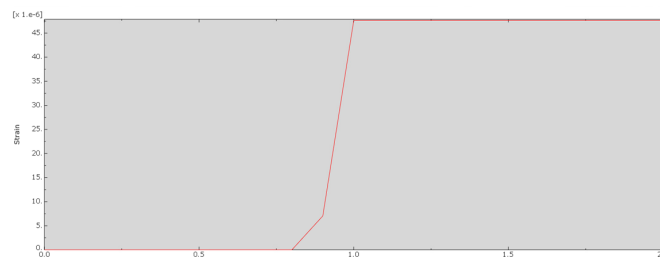


FIGURE 16 – Déformation plastique au point critique - Maillage non raffiné localement

Maillage raffiné localement (6,5 mm)

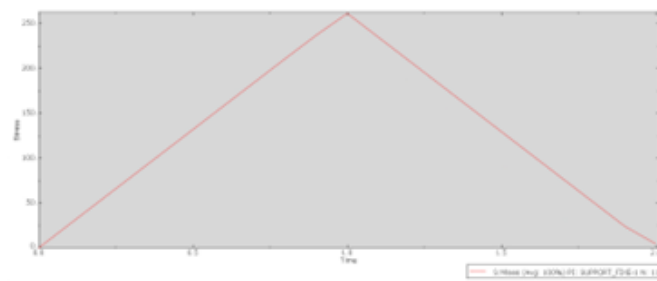


FIGURE 17 – Contrainte de Von Mises au point critique - Maillage raffiné localement (6,5 mm)

Maillage raffiné localement (3,25 mm)

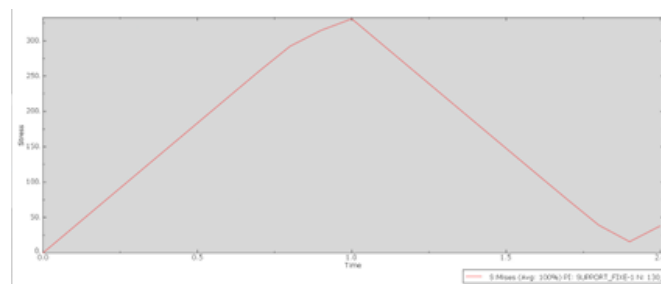


FIGURE 18 – Contrainte de Von Mises au point critique - Maillage raffiné localement (3,25 mm)

Maillage raffiné localement (1,625 mm)

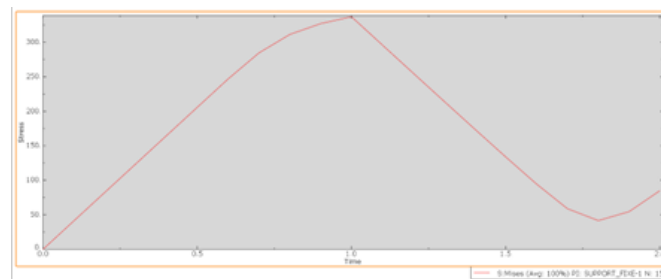


FIGURE 19 – Contrainte de Von Mises au point critique - Maillage raffiné localement (1,625 mm)

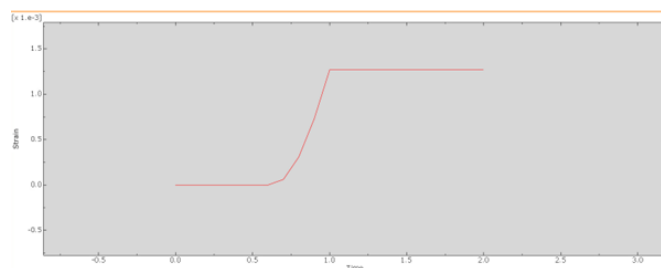


FIGURE 20 – Déformation plastique au point critique - Maillage raffiné localement (1,625 mm)

A.1.3 Chargement extrême (9 kN)

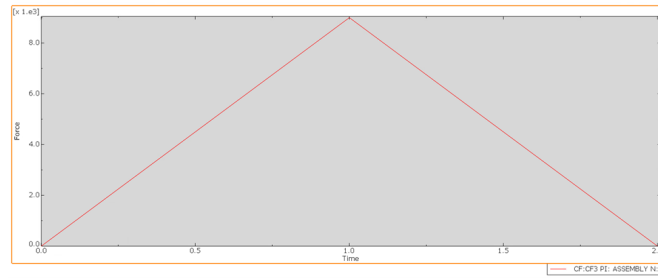


FIGURE 21 – Effort appliqué au point P sous 9 kN

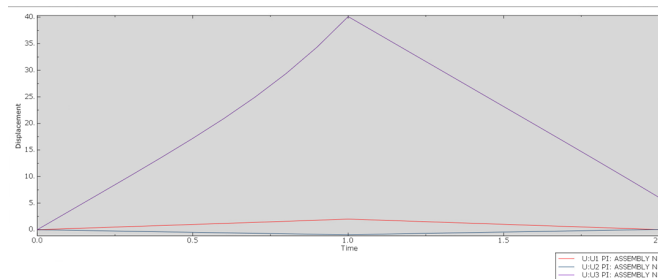


FIGURE 22 – Déplacements selon U_1 , U_2 , U_3 sous 9 kN

Maillage non raffiné localement

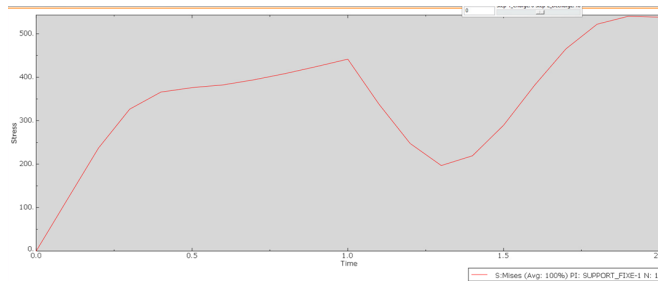


FIGURE 23 – Contrainte de Von Mises au point critique – Maillage non raffiné

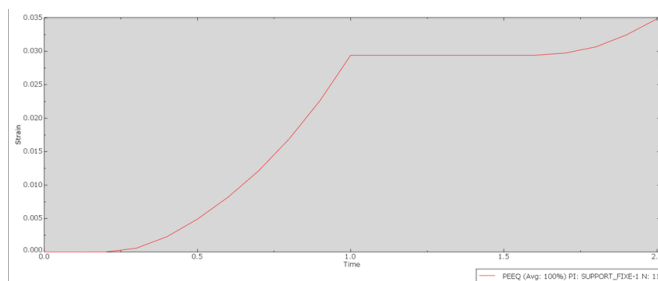


FIGURE 24 – Déformation plastique au point critique – Maillage non raffiné

Maillage raffiné localement (6,5 mm)

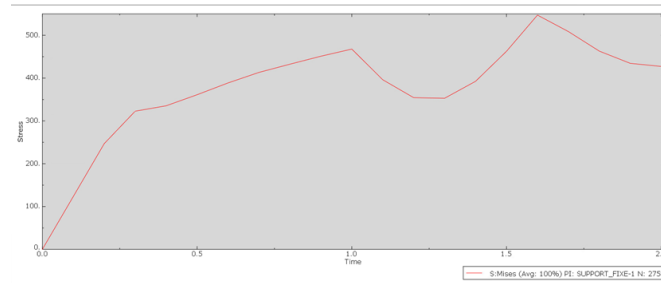


FIGURE 25 – Contrainte de Von Mises au point critique – Maillage raffiné (6,5 mm)

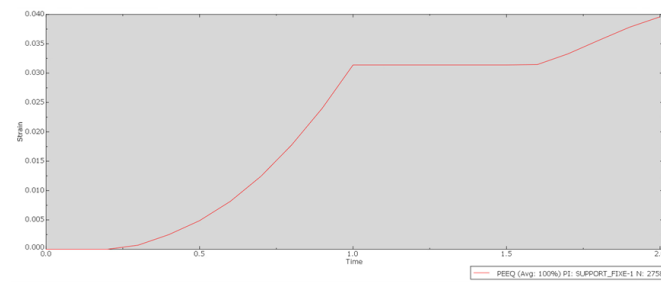


FIGURE 26 – Contrainte de Von Mises au point critique – Maillage raffiné (6,5 mm)

Maillage raffiné localement (3,25 mm)

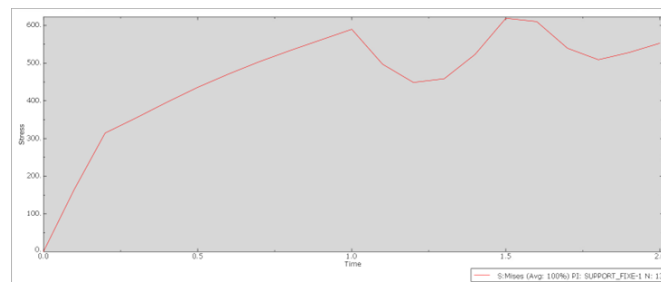


FIGURE 27 – Contrainte de Von Mises au point critique – Maillage raffiné (3,25 mm)

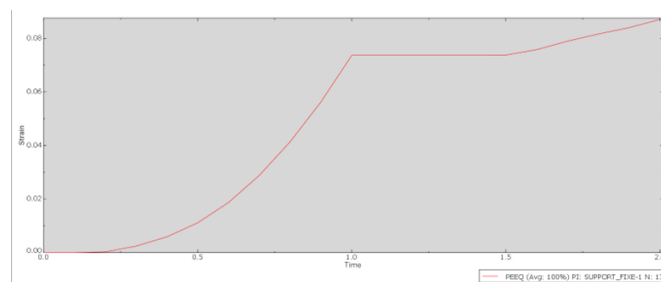


FIGURE 28 – Contrainte de Von Mises au point critique – Maillage raffiné (3,25 mm)

Maillage raffiné localement (1,625 mm)

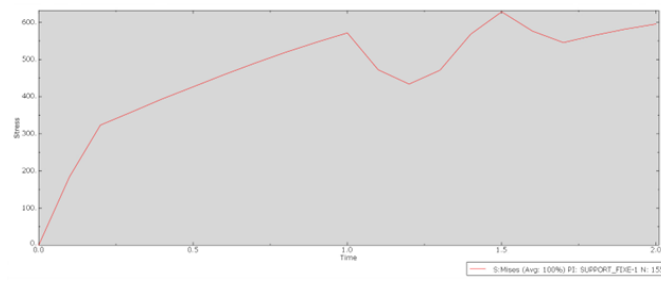


FIGURE 29 – Contrainte de Von Mises au point critique – Maillage raffiné (1,625 mm)

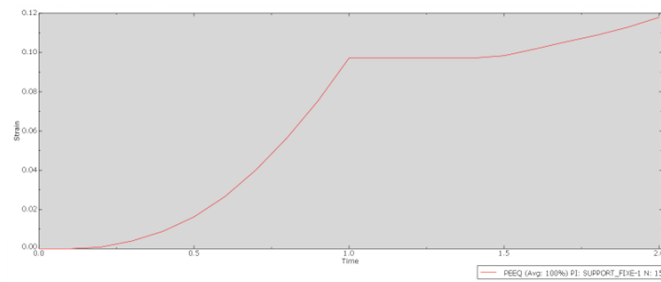


FIGURE 30 – Déformation plastique au point critique – Maillage raffiné (1,625 mm)